

Thaylla Carolina Franklin Alves

**Métodos de Análise de Performances:
uma aplicação na comparação do Brasil com
demais países segundo a relação Risco ×
Taxa de juros**

Niterói - RJ, Brasil

21 de dezembro de 2017

Thaylla Carolina Franklin Alves

**Métodos de Análise de Performances:
uma aplicação na comparação do
Brasil com demais países segundo a
relação Risco \times Taxa de juros**

Trabalho de Conclusão de Curso

Monografia apresentada para obtenção do grau de Bacharel em Estatística pela Universidade Federal Fluminense.

Orientador: Prof. Wilson Calmon Almeida dos Santos

Niterói - RJ, Brasil

21 de dezembro de 2017

Thaylla Carolina Franklin Alves

**Métodos de Análise de Performances:
uma aplicação na comparação do Brasil com
demais países segundo a relação Risco \times
Taxa de juros**

Monografia de Projeto Final de Graduação sob o título
*“Métodos de Análise de Performances:
uma aplicação na comparação do Brasil com demais países se-
gundo a relação Risco \times Taxa de juros”*, defendida por Thaylla
Carolina Franklin Alves e aprovada em 21 de dezembro de 2017,
na cidade de Niterói, no Estado do Rio de Janeiro, pela banca
examinadora constituída pelos professores:

Prof. Dr. Wilson Calmon Almeida dos Santos
Departamento de Estatística – UFF

Prof^a. Dr^a. Ludmilla da Silva Viana Jacobson
Departamento de Estatística – UFF

Prof^a. Dr^a. Keila Mara Cassiano
Departamento de Estatística – UFF

Niterói, 21 de dezembro de 2017

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca do Instituto de Matemática e Estatística da UFF

Bibliotecário responsável pela unidade: Carlos R. S. de Lima – CRB7 5531

A474 Alves , Thaylla Carolina Franklin
Métodos de análise de performances: uma aplicação na
comparação do Brasil com demais países segundo a relação risco x
taxa de juros / Thaylla Carolina Franklin Alves. – Niterói, RJ: [s.n.],
2017.

72 f.

Orientador: Prof. Dr. Prof. Wilson Calmon Almeida dos Santos
TCC (Graduação de Bacharelado em Estatística) – Universidade
Federal Fluminense, 2017.

1.Taxa de juros. 2. Análise Envoltória de Dados (DEA). 3.
Regressão quantílica. I. Título.

CDD 519.536

Resumo

A política da taxa de juros praticada pelo Banco Central do Brasil é amplamente discutida devido ao fato de ser considerada relativamente alta em comparação à outros países de economia em desenvolvimento, mesmo com a adoção do regime de metas de inflação, em 1999, com o propósito de orientar a política monetária do país. De acordo com a literatura, como, por exemplo, destacado em Reis (2016) [1], existem vários motivos que explicam este fato, inclusive o risco de inadimplência. De fato, segundo Reinhart e Rogoff (2004) [2], pelo histórico de inadimplência do Brasil argumenta-se que o país, para atrair capital estrangeiro, deveria oferecer uma taxa de juros mais elevada do que a de economias semelhantes. Neste trabalho, o propósito foi de medir a performance do Brasil em comparação aos demais países em desenvolvimento quanto à taxa de juros reais praticada pelo Banco Central de cada país, entre 2007 e 2015, associada a diferentes níveis de risco, e, para fins de comparação, foram utilizados os métodos de Análise Envoltória de Dados (DEA), Análise da Fronteira Estocástica (SFA) e Regressão Quantílica (proposta por Landaio *et al.* (2008) [3]). Foi visto que, dos países em análise, o Brasil é o que apresenta a segunda maior taxa de juros reais média, apesar de não ser considerado um dos países mais arriscados, e, baseando-se nos resultados encontrados através da implementação dessas metodologias, verificou-se que ele ocupa a primeira posição do *ranking*, independente do método utilizado, o que comprova que, de fato, a taxa de juros reais praticada pelo Banco Central do Brasil é relativamente alta quando comparada à dos demais países de economia semelhante.

Palavras-chaves: Taxa de juros; Risco; Performance; DEA; SFA; Regressão Quantílica.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

1	Introdução	p. 11
2	Objetivos	p. 14
3	Materiais e Métodos	p. 15
3.1	Preliminares: Relação Risco \times Retorno e Eficiência	p. 15
3.2	Descrição da Base de Dados	p. 18
3.3	Análise Envoltória de Dados	p. 19
3.4	Fronteira Estocástica	p. 24
3.5	Regressão Quantílica	p. 29
4	Análise dos Resultados	p. 32
4.1	Análise Exploratória dos Dados	p. 32
4.2	Ordenação dos Países via Análise de Eficiência	p. 38
4.2.1	Análise de Eficiência pelo método DEA	p. 38
4.2.2	Análise de Eficiência pelo método SFA	p. 44
4.2.3	Análise de Eficiência pelo método de Regressão Quantílica	p. 47
4.2.4	Ordenação Geral dos Países	p. 50
4.3	Brasil e Países Similares	p. 52
5	Conclusão	p. 62

Referências	p. 64
Apêndice A - Ranking dos países via DEA	p. 66
Apêndice B - Ranking dos países via SFA	p. 67
Apêndice C - Ranking dos países via Regressão Quantílica	p. 68
Apêndice D - Classificação dos Países	p. 69
Apêndice E - Estatísticas Sumárias (Desemprego)	p. 70
Apêndice F - Estatísticas Sumárias (Inflação)	p. 71
Apêndice G - Estatísticas Sumárias (PIB <i>per capita</i>)	p. 72
Apêndice H - Estatísticas Sumárias (Taxa de Juros Reais)	p. 73
Apêndice I - Estatísticas Sumárias (Índice de Risco)	p. 74

Lista de Figuras

1	Eventos de inadimplência da dívida soberana para países selecionados, 1970 - 2015 (extraído de Reis (2016) [1], que utilizou como fonte a base de dados do <i>Bank of Canada</i>).	p. 12
2	Dados (10^3 €) <i>versus</i> linhas dos quantis condicionais estimados	p. 30
3	Taxa de juros reais média no período de 2007 a 2015	p. 32
4	Relação entre a taxa de inflação média e a taxa de juros reais média . .	p. 33
5	Relação entre o PIB <i>per capita</i> médio e a taxa de juros reais média, para países emergentes e em desenvolvimento	p. 34
6	Índice de risco médio no período de 2007 a 2015	p. 35
7	Relação entre a taxa de desemprego média e a taxa de juros reais média	p. 36
8	Relação entre o índice de risco médio e a taxa de juros reais média . . .	p. 37
9	Fronteiras obtidas com a implementação do método DEA	p. 38
10	Medidas de eficiência obtidas quando os retornos à escala não assumem o pressuposto de convexidade	p. 39
11	Medidas de eficiência obtidas ao assumir retornos variáveis à escala . .	p. 40
12	Medidas de eficiência obtidas ao assumir retornos constantes à escala .	p. 41
13	Medidas de eficiência obtidas ao considerar uma combinação entre livre descarte e retornos constantes à escala restritos ou locais	p. 42
14	Fronteiras de produção obtidas através do método SFA	p. 44
15	Curvas dos quantis estimadas para os percentis 10%, 25%, 50%, 75% e 90% através do método de Regressão Quantílica	p. 47
16	Taxa de juros reais média no período de 2007 a 2015, classificada pelos grupos de eficiência	p. 52

17	Índice de risco médio no período de 2007 a 2015, classificado pelos grupos de eficiência	p. 53
18	Relação entre a taxa de inflação e a taxa de juros reais, para cada grupo de eficiência	p. 55
19	Relação entre o PIB e a taxa de juros reais, para cada grupo de eficiência	p. 57
20	Relação entre o PIB <i>per capita</i> e a taxa de juros reais, para cada grupo de eficiência	p. 59
21	Relação entre a taxa de desemprego e a taxa de juros reais, para cada grupo de eficiência	p. 61

Lista de Tabelas

1	Agrupamento dos países via Análises de Eficiência	p. 51
2	Ordenação dos países via implementações do método DEA	p. 66
3	Ordenação dos países via implementação do método SFA	p. 67
4	Ordenação dos países via implementação do método de Regressão Quantílica	p. 68
5	Classificação dos países quanto às suas economias, localização e siglas .	p. 69
6	Estatísticas Sumárias da variável Desemprego	p. 70
7	Estatísticas Sumárias da variável Inflação	p. 71
8	Estatísticas Sumárias da Variável PIB <i>per capita</i>	p. 72
9	Estatísticas Sumárias da Variável Taxa de Juros Reais	p. 73
10	Estatísticas Sumárias da Variável Índice de Risco	p. 74

1 Introdução

Há tempos vem se discutindo a política de taxa de juros praticada pelo Banco Central do Brasil, devido a esta ser considerada relativamente alta, inclusive, em comparação aos demais países em desenvolvimento. Em 1999, foi criado um sistema de metas de inflação, sendo implementado com o propósito de orientar a política monetária do país. Com isso, periodicamente, o governo tem que estabelecer uma taxa de inflação, dentro de uma faixa tolerável, a qual deve ser cumprida. Qualquer elevação na inflação faz com que torne-se necessária a intervenção do Banco Central, aumentando as taxas de juros para manter o país sob controle.

Como destacado em Reis (2016) [1], segundo os economistas mais influentes, existem vários motivos, além da inflação, para explicar as taxas de juros reais muito elevadas no Brasil, sendo eles: poupança insuficiente, prêmio de alto risco, alto risco de convertibilidade e incerteza jurisdicional. O primeiro motivo é baseado na ideia de que, segundo a teoria econômica de investimentos, se a demanda por investimentos for maior que a oferta de poupança há a necessidade de se aumentar a taxa de juros real, para equilibrar o mercado. Além da discussão sobre o Brasil possuir um baixo nível de poupança interna, Segura-Ubierto (2012) [4] comenta sobre o país possuir uma grande dívida externa e ser considerado altamente inadimplente, devendo então compensar esse risco através do pagamento de um maior prêmio de risco de inadimplência.

Segundo Reinhart e Rogoff (2004) [2], o Brasil é considerado um país inadimplente em série, o que dificulta o fluxo de capital dos países ricos para o nosso país. Desta forma, cabe ao Brasil encontrar maneiras para atrair o capital, refletindo, então, no aumento da taxa de juros como forma de amenizar os efeitos do alto risco de inadimplência do país. A Figura 1 abaixo, retirada de Reis (2016) [1], apresenta a quantidade de anos que o país teve problemas de inadimplência sobre a dívida soberana, no período de 1970 a 2015, para um grupo de países em desenvolvimento que seguem um regime de metas de inflação.

Country	1970-1979	1980-1989	1990-1999	2000-2015	1970-2015
BRA	0	7	5	0	12
CHL	0	7	1	0	8
COL	0	0	0	0	0
IDN	0	0	1	2	3
PHL	0	7	3	0	10
THA	0	0	0	0	0
ZAF	0	4	1	0	5
AVR	0	4	2	0	5

Figura 1: Eventos de inadimplência da dívida soberana para países selecionados, 1970 - 2015 (extraído de Reis (2016) [1], que utilizou como fonte a base de dados do *Bank of Canada*).

Pode-se observar que, na década de 80, o Brasil apresentou um número de eventos de inadimplência tão alto quanto o Chile (CHL) e as Filipinas (PHL), porém, de 2000 à 2015, o único país do grupo que teve problemas de dívida soberana foi a Indonésia (IDN), sendo observada a ocorrência de dois eventos. No decorrer deste período observa-se que o Brasil foi o país que mais teve problemas de inadimplência com a dívida, ocorrendo um total de doze eventos.

Visto que existem vários fatores de risco que afetam a taxa de juros de um país, como, por exemplo, os riscos de inadimplência e político, uma forma de resumi-los seria construir índices. Um exemplo seria o Índice de Risco Político Regional, do inglês *Regional Political Risk Index* (PRI), apresentado pelo grupo *Political Risk Services* (PRS) ¹. O PRI é uma medida geral dos riscos de cada país, sendo mensurado com base na utilização de 17 componentes de risco na metodologia do grupo, onde um maior índice está associado à baixo risco. Similarmente, neste trabalho será utilizado um índice para analisar o risco dos países, ao invés de considerar somente o risco de inadimplência.

Objetivamente, deseja-se fazer uma comparação entre os países, de acordo com a taxa de juros praticada pelo Banco Central de cada país e o risco associado a cada economia. Os países serão considerados as unidades em estudo, a taxa de juros o produto (*output*) e o risco um insumo (*input*). A ideia de associar risco e produto (retorno) dessa forma vem da Primeira Lei Fundamental da Finanças, que será discutida melhor na Seção 3.1, a qual afirma, basicamente, que maiores retornos (neste caso, a taxa de juros) devem estar associados à maiores níveis de risco. Logo, propõe-se utilizar métodos de análise de

¹The Political Risk Services Group. Disponível em: <https://www.prsgroup.com/>

eficiência para comparar os países, aplicando os métodos de Análise Envoltória de Dados (DEA), Análise da Fronteira Estocástica (SFA) e o de Regressão Quantílica, proposto por Landajo *et al.* [3]. Porém, como abordado antes, a taxa de juros alta é indesejável, então deve-se levar em conta na análise que um maior retorno associado à um nível fixo de risco, ou seja, uma taxa de juros maior estará associada à uma menor eficiência.

Este trabalho organiza-se da seguinte forma: no Capítulo 2 são apresentados o objetivo principal e os objetivos secundários; no Capítulo 3, em 3.2, é apresentada uma breve descrição dos dados e nas demais subseções são apresentadas as metodologias que foram empregadas para alcançar os objetivos, se subdividindo em quatro Seções, onde em 3.1 é discutida a relação entre risco e retorno, e nas demais são apresentados os métodos que foram utilizados para medir eficiência das unidades em estudo, sendo apresentado o método de Análise Envoltória de Dados (DEA) em 3.3, o método de Análise da Fronteira Estocástica em 3.4 e o de Regressão Quantílica em 3.5; no Capítulo 4, foi realizada uma análise exploratória dos dados, depois foram implementados os métodos e apresentados os resultados em *rankings* individuais para, em seguida, obter um agrupamento dos países e analisá-los quanto à fatores econômicos; no Capítulo 5, por fim, foram apresentadas as conclusões obtidas com base nos resultados encontrados.

2 Objetivos

O principal objetivo deste trabalho é medir a eficiência do Brasil, em comparação aos demais países com economia em desenvolvimento, quanto a taxa de juros definida pelo Banco Central do país, entre 2007 e 2015, associada a diferentes níveis de risco. Para fins de comparação do desempenho desses países serão utilizadas as metodologias de Análise Envoltória de Dados, Análise da Fronteira Estocástica e Regressão Quantílica (proposta por Landaño *et al.* (2008) [3]).

O objetivo secundário é:

- Identificar quais países são considerados semelhantes ao Brasil quanto ao nível de risco e ao nível da taxa de juros (ou seja, eficiência semelhante) para, em seguida, compará-los com relação a outros fatores pertinentes da economia, como, por exemplo, a inflação, o desemprego, o crescimento econômico, etc.

3 Materiais e Métodos

Neste capítulo, serão apresentadas as definições de risco e retorno, a discussão sobre a relação existente entre esses dois fatores da economia e a ideia de realizar análise de eficiência utilizando os métodos de Análise Envoltória de Dados (DEA), Análise da Fronteira Estocástica (SFA) e Regressão Quantílica. Para tal finalidade, utilizou-se os pacotes *Benchmarking*, *frontier* e *quantregGrowth* do programa R versão 3.4.2, possibilitando a implementação das metodologias DEA, SFA e Regressão Quantílica, respectivamente.

3.1 Preliminares: Relação Risco \times Retorno e Eficiência

Em finanças existem dois fatores que influenciam na tomada de decisão de um investimento: o risco e o retorno. Acredita-se que, à medida que o risco aumenta, o retorno também aumenta. Portanto, introduziremos os conceitos de ambos fatores para posteriormente discutir a relação entre eles.

Primeiramente, definiremos o retorno como sendo a obtenção de um resultado, após um determinado período de tempo, ao ser realizado um investimento. É de grande interesse do investidor saber qual será o retorno obtido ao aplicar seu capital, para avaliar se um determinado investimento é vantajoso para ele. Sendo assim, no intuito de saber o retorno sobre investimentos durante um período de tempo t , define-se a taxa de retorno por:

$$R_t = \frac{C_t + \Delta P_t}{P_{t-1}} = \frac{C_t + P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}, \quad (3.1)$$

onde R_t é a taxa de retorno durante o período de tempo t , C_t é o fluxo de dividendos pagos pelo investimento no período de tempo de $t-1$ a t , P_t é o valor do ativo no tempo t e P_{t-1} é o valor do ativo no tempo $t-1$. Devido à existência de diversas formas de investimento e os retornos variarem ao longo do tempo, é possível estimar o retorno médio anual de um determinado ativo ou de um conjunto de ativos, denominado portfólio, através de seus retornos históricos.

O risco é uma medida de incerteza associada ao retorno esperado de um determinado investimento, resumindo-se à possibilidade de obter um prejuízo financeiro, ou seja, um ativo ou portfólio que possui maiores chances de perda (ou perdas de maior magnitude) é considerado mais arriscado. Muitas pessoas possuem uma certa aversão ao risco, evitando se submeter a estes, ou seja, procuram investimentos que apresentam-lhe baixos riscos ou exigem que os retornos sejam maiores em compensação aos riscos mais altos.

Existem várias formas de se medir o risco de um investimento, sendo uma delas através da dispersão dos retornos. Por exemplo, suponha que uma pessoa invista R\$ 1.000,00 em uma caderneta de poupança e que seu dinheiro renda R\$ 150,00 ao final de um ano, ou que ela invista a mesma quantia em ações de uma determinada empresa, podendo ganhar qualquer valor entre R\$ 0,00 e R\$ 300,00, segundo uma distribuição uniforme, no mesmo período de tempo. Na primeira situação o retorno é supostamente fixo, então pode-se dizer que o investimento é de baixo risco, entretanto, na segunda situação existe uma alta variabilidade associada ao retorno, podendo-se dizer que é de alto risco. Ou seja, quanto maior a certeza em relação ao retorno esperado, menor é a variabilidade e, conseqüentemente, menor será o risco.

Objetivamente, pode-se medir o risco através de estimativas do desvio-padrão do retorno ou do seu coeficiente de variação. Na prática, são utilizados os dados dos retornos observados no passado, denominados retornos históricos. O primeiro modo de mensuração é definido por:

$$\hat{\sigma}_R = \sqrt{\sum_{j=1}^n \frac{(r_j - \bar{r})^2}{n}}, \quad (3.2)$$

onde r_j é o j -ésimo retorno observado, \bar{r} é a média dos retornos observados (uma estimativa do retorno esperado) e n é o número de retornos observados. Quanto maior for o desvio-padrão, ou seja, quanto maior a variabilidade, maior será o risco.

Os investidores mais avessos ao risco exigem obter um retorno adicional como forma de compensar o maior risco ao qual irão se submeter, ou seja, exigem um prêmio de risco como forma de assegurar um investimento mais arriscado. Geralmente, riscos maiores estão associados a maiores rendimentos (retornos), ou seja, acredita-se que existe uma relação positiva entre esses dois fatores. Esse *trade off* entre risco e retorno é conhecido como sendo a Primeira Lei Fundamental das Finanças.

No entanto, na literatura empírica, existem tanto evidências a favor, como contrárias à ideia de uma relação positiva entre o risco e o retorno. Glosten *et al.* (1993) [5], por

exemplo, realizou estudos que evidenciaram também a presença de relações negativas entre a média condicional e a variância condicional do excesso de retorno sobre os estoques, através da utilização de um modelo GARCH-M. Por outro lado, Christian Lundblad (2007) [6] verificou uma relação significativamente positiva entre o risco e o retorno, usando informações de um registro histórico do mercado de ações dos E.U.A e U.K., e em um outro estudo, realizado por Ghysels *et al.* (2005) [7], também foi encontrada uma relação positiva entre o risco e o retorno do mercado de ações, usando o método MIDAS (*mixed data sampling*).

Objetivamente, baseando-se no *trade off* entre risco e retorno e sabendo-se que os investidores se interessam por ativos financeiros que resultam em um maior retorno ou que apresentam baixo risco, pretende-se realizar análise de eficiência para comparar um conjunto de ativos. Para isto, deve-se considerar o risco como sendo um *input* e o retorno um *output*, para avaliar os retornos obtidos por cada ativo em determinados níveis de risco. Utilizando métodos de análise de eficiência, os ativos considerados mais relevantes para os investidores são aqueles que geram retornos maiores para um determinado nível de risco ou aqueles que, dado um determinado nível de retorno, apresentam o menor risco possível.

Alexandru C. Badoi (2016) [8], por exemplo, aplicou o modelo CCR ¹ do método de Análise Envoltória de Dados aos fatores de risco e aos retornos de ativos com o objetivo de selecionar opções de investimento superiores de uma grande amostra dos EUA e implementou também o método de Regressão Quantílica para abordar algumas das complicações empíricas que utilizavam o modelo CAPM (do inglês, *Capital Asset Pricing Model*). Já Changchun Hua e Li-Gang Liu (2010) [9] aplicaram o método de Análise da Fronteira Estocástica para medir a eficiência de bancos, de acordo com suas devidas classificações de risco e retorno. Desta forma, sabendo-se que existem diversos trabalhos na literatura que utilizam métodos de análise de eficiência para comparar ativos financeiros, baseando-se na relação entre o risco e o retorno, propõe-se utilizar esses métodos de maneira similar neste trabalho.

¹A sigla corresponde às iniciais dos três autores (Charnes, Cooper e Rhodes) que propuseram o modelo em 1978.

3.2 Descrição da Base de Dados

A base de dados é composta por dados anuais para o período de 2007 a 2015, contemplando as seguintes variáveis: índice de risco político (do inglês, *Political Risk Index* - PRI), pela taxa de juros reais praticada pelo Banco Central dos países, pela taxa de desemprego, pela taxa de inflação, pelo Produto Interno Bruto (PIB) e PIB *per capita*, para um conjunto de 48 países. Os indicadores do PIB e do PIB *per capita*, extraídos do site *United Nations Statistics Division* (UNSD) ², são a preços constantes de 2005 em dólares americanos e a taxa de desemprego, extraída do site do *International Monetary Fund* (IMF)³, possui os dados em pontos percentuais.

O PRI é calculado com base em 17 componentes de risco da metodologia *Political Risk Services* (PRS)⁴ das áreas de investimento, como transferências financeiras, exportações para o mercado do país anfitrião e investimento direto estrangeiro. Esse índice é uma medida geral de risco que possibilita a comparação entre os países, considerando-se que é classificado de maneira que um valor mais baixo está associado a um maior risco.

A partir do índice de preço ao consumidor (do inglês, *Consumer Price Index* - CPI) foi calculada a taxa de inflação, em percentual por ano, considerando 2010 como ano-base. Logo, foi calculada a taxa de juros reais utilizando-se dados sobre a taxa de juros nominais praticada pelo Banco Central de cada um dos países e a taxa de inflação, ambos extraídos do site do IMF, sabendo-se que:

$$\text{Taxa de juros reais} = \text{Taxa de juros nominais} - \text{Taxa de inflação.} \quad (3.3)$$

² *United Nations Statistics Division*. Disponível em: <https://unstats.un.org/>

³ *International Monetary Fund*. Disponível em: <http://data.imf.org/>

⁴ *The Political Risk Services Group*. Disponível em: <https://www.prsgroup.com/>

3.3 Análise Envoltória de Dados

O método de Análise Envoltória de Dados, do inglês *Data Envelopment Analysis* (DEA), foi desenvolvido para medir a eficiência de determinadas unidades em estudo (firmas, pessoas, hospitais, etc.), fazendo uso de técnicas de programação matemática para lidar com múltiplos *outputs* (produtos/saídas) e múltiplos *inputs* (insumos/entradas). Basicamente, deseja-se comparar as unidades na forma como elas utilizam seus *inputs* para obter os *outputs* observados. Nessa metodologia, as unidades estudadas são chamadas de unidades tomadoras de decisão, do inglês *Decision Making Unit* (DMU).

O modelo CCR proposto por Charnes, Cooper e Rhodes (1978) [10] corresponde a uma das abordagens mais tradicionais da DEA. Originalmente, trabalhava-se com a hipótese de retornos constantes à escala, ou seja, ao multiplicar os *inputs* por um fator λ , os *outputs* deveriam ser multiplicados pelo mesmo fator λ , como ficará claro mais adiante. Neste caso, supondo n DMU's, para compará-las no caso de vários *inputs* e *outputs* propõe-se computar os *inputs* e *outputs* virtuais, aplicando-se os pesos v_{io} , $i = 1, \dots, m$, e u_{ro} , $r = 1, \dots, s$, respectivamente:

$$\begin{aligned} \text{input virtual} &= v_{1o}x_{1o} + \dots + v_{mo}x_{mo} \\ \text{output virtual} &= u_{1o}y_{1o} + \dots + u_{so}y_{so}. \end{aligned}$$

É concedido um melhor conjunto de pesos à cada DMU, podendo esses valores serem diferentes para cada unidade, e para determiná-los supõe-se que cada DMU comporta-se de modo a maximizar a seguinte razão utilizada para medir eficiência:

$$\frac{\text{output virtual}}{\text{input virtual}}.$$

De maneira mais simples, pode-se, a princípio, pensar em pré-selecionar esses pesos, permitindo que cada unidade fixe os valores considerados mais apropriados, desde que esses pesos quando aplicados a ela mesma e às outras DMU's não produzam uma razão superior a um. A atribuição desses valores pode ser dada, por exemplo, pela associação com preços de um certo bem em questão ou fixada uma proporção. De outro modo, a DEA avalia o desempenho das DMU's aplicando pesos variáveis aos *inputs* e *outputs*, sendo estes calculados através dos próprios dados.

Os pesos associados a uma DMU específica 'o' podem ser encontrados pela resolução

do seguinte problema de programação fracionária (*fractional programming - FP*):

$$(FP_o) \quad \max_{v_o, u_o} \theta = \frac{u_{1o}y_{1o} + u_{2o}y_{2o} + \dots + u_{so}y_{so}}{v_{1o}x_{1o} + v_{2o}x_{2o} + \dots + v_{mo}x_{mo}} \quad (3.4)$$

$$\text{restrito à} \quad \frac{u_{1o}y_{1j} + \dots + u_{so}y_{sj}}{v_{1o}x_{1j} + \dots + v_{oj}x_{mj}} \leq 1 \quad (j = 1, \dots, n) \quad (3.5)$$

$$v_{1o}, v_{2o}, \dots, v_{mo} \geq 0 \quad (3.6)$$

$$u_{1o}, u_{2o}, \dots, u_{so} \geq 0. \quad (3.7)$$

Essas restrições se referem a não-negatividade dos pesos u_{ro} e v_{io} e que a razão entre o *output* virtual e o *input* virtual é, no máximo, igual a 1 para cada DMU. Tem-se por objetivo encontrar os pesos capazes de maximizar a razão da DMU_o e obter o valor ótimo θ^* . Existe a possibilidade de serem atribuídos pesos zeros a alguns *inputs* ou *outputs*, o que significa que essas variáveis foram desconsideradas na avaliação da eficiência.

Uma maneira alternativa de obter os pesos dos *inputs* e *outputs* é através da resolução do problema equivalente de programação linear (*linear programming - LP*) apresentado a seguir:

$$(LP_o) \quad \max_{\mu_o, \nu_o} \theta = \mu_{1o}y_{1o} + \dots + \mu_{so}y_{so} \quad (3.8)$$

$$\text{restrito à} \quad \nu_{1o}x_{1o} + \dots + \nu_{mo}x_{mo} = 1 \quad (3.9)$$

$$\nu_{1o}, \nu_{2o}, \dots, \nu_{mo} \geq 0 \quad (3.10)$$

$$\mu_{1o}, \mu_{2o}, \dots, \mu_{so} \geq 0 \quad (3.11)$$

$$\mu_{1o}y_{1j} + \dots + \mu_{so}y_{sj} \leq \nu_{1o}x_{1j} + \dots + \nu_{mo}x_{mj} \quad (j = 1, \dots, n). \quad (3.12)$$

Supondo que $(\nu = \nu^*, \mu = \mu^*)$ é uma solução ótima para (LP_o) , então pode-se dizer que a solução $(\nu = \nu^*, \mu = \mu^*)$ também é ótima para (FP_o) e que, em ambos os problemas, o valor objetivo ótimo é θ^* , ou seja, o programa fracionário é equivalente ao programa linear, como discutido em Cooper *et al.* (2006) [11]. Desta forma, atendendo a restrição de não-negatividade dos pesos e admitindo (θ^*, ν^*, μ^*) como solução ótima do (LP_o) , torna-se possível identificar se a DMU_o é CCR-eficiente através da seguinte forma:

Definição 3.3.1 (CCR-eficiência)

1. DMU_o é CCR-eficiente se $\theta^* = 1$ e existe pelo menos uma solução ótima (ν^*, μ^*) , com $\nu^* > 0$ e $\mu^* > 0$.
2. Caso contrário, DMU_o é CCR-ineficiente.

Sendo assim, uma DMU_o pode ser dita CCR-ineficiente caso $\theta^* < 1$ ou $\theta^* = 1$ e pelo menos um elemento de (v^*, u^*) é zero para cada solução ótima de (LP_o) . No caso em que uma determinada DMU_o possui $\theta^* < 1$, deve existir pelo menos uma exceção em 3.12 que faz com que a solução (v^*, u^*) produza igualdade entre os dois lados, senão θ^* poderia ser melhorado. Dado uma DMU_j , tal que $j \in \{1, \dots, n\}$, define-se:

$$E'_o = \left\{ j : \sum_{r=1}^s u_{ro}^* y_{rj} = \sum_{i=1}^m v_{io}^* x_{ij} \right\}. \quad (3.13)$$

O subconjunto composto por DMU's CCR-eficientes, representado por E_o , é denominado conjunto de referência para a DMU_o . O conjunto E_o compreende o que é chamado de fronteira eficiente. Com base nessa fronteira, é possível identificar as DMU's ineficientes e determinar o quanto estas precisam melhorar os níveis de seus *inputs* ou *outputs* para alcançá-la e tornar-se eficiente.

O conjunto de referência para a DMU_o ineficiente, também chamado de *benchmark*, é determinado pela projeção dessa unidade na fronteira de eficiência. Essa projeção pode ser feita reduzindo a quantidade de *inputs*, mas mantendo os valores dos *outputs* constantes, ou aumentando a quantidade de *outputs*, mas mantendo os valores dos *inputs* constantes. Quando realizada do primeiro modo, dizemos que o modelo é orientado a *inputs*, porém, caso seja feita da outra maneira, dizemos que o modelo é orientado a *outputs*. Existe uma outra abordagem que permite variar conjuntamente a quantidade de *inputs* e *outputs*, entretanto estes não serão considerados aqui.

Ao lidar com um conjunto de n DMU's assumimos que todos os dados são não-negativos, porém pelo menos um componente de cada um dos pares de vetores de *inputs* e *outputs* (x_j, y_j) , $j=1, \dots, n$, é positivo. Isto quer dizer que, tanto para x_j quanto para y_j , os valores devem ser maiores ou iguais a zero e que pelo menos uma dessas componentes deve ser diferente de zero, ou seja, os dados são semipositivos. É utilizada a notação (x, y) , tal que $x \in \mathbb{R}^m$ e $y \in \mathbb{R}^s$, onde as componentes de cada um dos pares vetoriais são consideradas pontos (semipositivos) no espaço vetorial linear dimensional $(m + s)$ em que m e s indicam o número de dimensões necessárias para expressar os *inputs* e *outputs*, respectivamente. O conjunto de atividades possíveis é denominado de conjunto de possibilidade de produção e é denotado por P , seguindo as seguintes propriedades:

Propriedades de P (Conjunto de Possibilidade de Produção):

- i) As atividades observadas (x_j, y_j) , $(j = 1, \dots, n)$, pertencem a P .
- ii) Se uma atividade (x, y) pertence a P , então a atividade (tx, ty) pertence a P para qualquer escalar positivo t . Chamamos essa propriedade de retornos constantes à escala.
- iii) Para uma atividade (x, y) em P , qualquer atividade semipositiva (\bar{x}, \bar{y}) com $\bar{x} \geq x$ e $\bar{y} \leq y$ está incluída em P . Ou seja, qualquer atividade com *input* não inferior a x em qualquer componente e com *output* não superior a y em qualquer componente é viável.
- iv) Qualquer combinação linear semipositiva de atividades em P pertence a P .

Sejam X e Y as matrizes com os conjuntos de dados dos *inputs* e *outputs*, respectivamente, das DMU's e λ um vetor semipositivo em \mathbb{R}^n , define-se o conjunto de possibilidade de produção P , satisfazendo as propriedades, por:

$$P = \{(x, y) | x \geq X\lambda, y \leq Y\lambda, \lambda \geq 0\}. \quad (3.14)$$

Anteriormente, o modelo CCR foi formulado pelo problema LP na forma multiplicativa, com um vetor de linhas v para multiplicadores de *inputs* e um vetor de linhas u como multiplicadores de *outputs*. Agora será apresentado o problema equivalente *dual* de (LP_o) função de uma variável real θ e um vetor não-negativo $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_n)^T$ das variáveis, conhecido por problema *dual* na forma de envelope:

$$(DLP_o) \quad \min_{\theta, \lambda} \theta \quad (3.15)$$

$$\text{restrito à} \quad \theta x_o - X\lambda \geq 0 \quad (3.16)$$

$$Y\lambda \geq y_o \quad (3.17)$$

$$\lambda \geq 0. \quad (3.18)$$

Devido a suposição de dados semipositivos e também por $y_o \geq 0$ e $y_o \neq 0$, a restrição 3.17 faz com que λ não seja zero, sendo assim, de 3.16, θ deve ser maior que zero. Com isso, o valor objetivo ótimo θ^* deve ser maior que zero e menor ou igual a um ($0 < \theta^* \leq 1$). No problema *dual* deseja-se reduzir o vetor de *inputs* x_o uniformemente a θx_o da DMU $_o$, mantendo o vetor de *outputs* y_o constante, de maneira que seja aplicado o menor valor de θ possível e exigindo que $(\theta x_o, y_o)$ pertença ao conjunto de possibilidade de produção P .

Considerando-se uma solução ótima $\lambda^* = (\lambda_1^*, \dots, \lambda_n^*)^T$ de (DLP_o) e um ponto qualquer na fronteira eficiente, é possível determinar se os retornos à escala estão sofrendo alteração ou se estes estão sendo mantidos constantes. Neste ponto (x_o, y_o) há uma prevalência de retornos constantes à escala quando $\sum_{j=1}^n \lambda_j^* = 1$ para qualquer alternativa ótima. Caso a soma dos valores ótimos de λ seja maior que um, para todos os ótimos alternativos, prevalecem-se os retornos decrescentes à escala, do contrário, quando a soma é menor que um, prevalecem-se os retornos crescentes à escala. ⁵

⁵Apesar da literatura da DEA associar o modelo CCR com retornos constantes à escala, ele é compatível com retornos variáveis e não pressupõe retornos constantes.

3.4 Fronteira Estocástica

O método de Análise da Fronteira Estocástica, do inglês *Stochastic Frontier Analysis* (SFA), introduzido na literatura por Aigner *et al.* (1977) [12] e por Meeusen e van Den Broeck (1977) [13], é uma alternativa tradicional à DEA, que também permite medir a eficiência de diferentes DMU's e tem em sua concepção a consideração de que o *output* observado é afetado tanto pelo *input* como por dois fatores não observados: um termo de ineficiência, inerente a cada DMU em particular, e um termo de erro puramente aleatório. Supõe-se que a ineficiência seja uma variável aleatória não negativa e, neste caso, distribuições como a exponencial ou a *half*-normal costumam ser empregadas. No caso do termo de erro puramente aleatório, costuma-se adotar a hipótese de distribuição normal.

Nesta metodologia deseja-se comparar um *output* observado y com um *output* \tilde{y} , obtido no caso dos *inputs* serem empregados de maneira eficiente e sem a presença de distúrbios aleatórios. No intuito de medir eficiência, define-se η , designando-se que seu valor correspondente indica a melhora que uma determinada DMU obteria ao tornar-se eficiente em termos de *outputs*.

$$\eta_j = \frac{\text{produção observada } j}{\text{produção eficiente } j} = \frac{y_j}{\tilde{y}_j}. \quad (3.19)$$

Com o objetivo de estimar o *output* eficiente \tilde{y} , propõe-se adotar uma função de produção (conhecida, em geral, a menos de um conjunto finito de parâmetros), a qual é estabelecida pela relação entre o *input* x e o *output* eficiente, como, por exemplo, $\tilde{y} = f(x, \beta) = x^\beta$. Considerando-se um produtor j que apresenta uma produção ineficiente, considera-se que existe um desvio Ψ_j do *output* y_j (aquele obtido através do uso de seus *inputs*) para o *output* eficiente \tilde{y}_j e supõe-se um desvio aleatório Υ_j , para o caso de problemas que influenciam na ineficiência porém não podem ser controlados pelos produtores. Com base nisso, impondo a restrição de valores positivos à Ψ e definindo-se o termo de erro composto por $\varepsilon = \Upsilon - \Psi$, deve-se incluir esse termo na função de produção observada $y = g(x, \beta, \Psi, \Upsilon)$ que, por simplicidade, será representada por:

$$y = x^\beta e^{-\Psi} e^\Upsilon \quad (3.20)$$

$$\text{ou } \ln y = \beta \ln x - \Psi + \Upsilon, \text{ ao aplicar o logaritmo.} \quad (3.21)$$

Baseando-se na função de produção que incorpora o termo de erro composto, é possível estimar o parâmetro desconhecido β através do método de análise de regressão de mínimos quadrados ordinários (MQO), minimizando a soma dos quadrados dos resíduos. Pode-se

obter o desvio entre os *outputs* observado e estimado ($y_j - \hat{y}_j$), dado que a quantidade estimada de *output* \hat{y} é condicionada à quantidade observada de *input* x . Sabe-se que o desvio do *output* observado y em relação à fronteira de produção pode ser originado de uma ineficiência técnica dos produtores ou então ser provocado por problemas aleatórios quaisquer que não possam ser controlados pelos mesmos. Na abordagem determinística, a ineficiência encontrada através do desvio entre o *output* observado y e o *output* eficiente \tilde{y} é considerada resultante apenas da ineficiência técnica, ignorando a possibilidade de problemas aleatórios influenciarem na produção ineficiente. Neste caso, propõe-se deslocar a linha de regressão MQO estimada acrescentando o valor máximo do desvio entre os *outputs* observado e estimado, sendo assim, os *outputs* eficientes são calculados da forma a seguir:

$$\ln \tilde{y}^{\text{MQOC}} = \widehat{\ln y} + \max_{1 \leq j \leq n} (\ln y_j - \widehat{\ln y}_j)^6. \quad (3.22)$$

O método de deslocar a linha de regressão MQO é denominado regressão de mínimos quadrados ordinários corrigida (MQOC), gerando uma nova fronteira de produção estimada. Com base nesse procedimento, a eficiência é calculada da forma:

$$\hat{\eta} = \frac{y}{\tilde{y}^{\text{MQOC}}}. \quad (3.23)$$

O método de MQOC irá produzir resultados errôneos de eficiência, pois tende a superestimar a ineficiência quando houver erros aleatórios negativos e a subestimar quando estes forem positivos. Devido a isso, é evidente que o método de regressão MQOC não é o mais adequado em conformidade com a abordagem SFA. Uma alternativa à prática é utilizar o método de estimação por máxima verossimilhança, conforme descreveremos a seguir.

Ao utilizar a metodologia SFA, para que seja possível fazer a estimação da fronteira de produção através do método de máxima verossimilhança, é conveniente supor que a distribuição do termo de erro aleatório Υ é uma normal e que a do termo de ineficiência Ψ ($\Psi > 0$) é uma *half*-normal, e, além disso, supõe-se que esses termos sejam independentes. Existem outras hipóteses comumente feitas igualmente possíveis para o termo de ineficiência, como, por exemplo, as distribuições normal-truncada, exponencial e gama, porém, trataremos apenas da *half*-normal aqui. Então, supõe-se as distribuições a seguir para as componentes de erro:

$$\Psi \stackrel{i.i.d}{\sim} N^+(0, \sigma_\Psi^2) \quad \text{e} \quad \Upsilon \stackrel{i.i.d}{\sim} N(0, \sigma_\Upsilon^2), \quad (3.24)$$

⁶ Onde $\widehat{\ln y}_j = \hat{\beta} \ln x$

tais que estas são representadas, respectivamente, pelas seguintes funções de densidade:

$$f_{\Psi}(\psi) = \sqrt{\frac{2}{\pi\sigma_{\Psi}^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma_{\Psi}^2}\psi^2}, \quad \psi \in \mathbb{R}^+ \quad (3.25)$$

$$f_{\Upsilon}(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\Upsilon}^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma_{\Upsilon}^2}v^2}, \quad v \in \mathbb{R}. \quad (3.26)$$

Pela restrição, o termo de ineficiência Ψ assume somente valores positivos, portanto, o termo de erro composto $\varepsilon = \Upsilon - \Psi$ possui distribuição distorcida e um valor esperado menor que 0.⁷

No caso da função de produção Cobb-Douglas simples, obtém-se:

$$y_j = e^{\varepsilon_j} x_j^{\beta}, \quad j = 1, \dots, n \quad (3.27)$$

$$\text{ou } \ln y_j = \beta \ln x_j + \varepsilon_j, \text{ ao aplicar o logaritmo.} \quad (3.28)$$

Devido ao erro composto ε ser dado pela soma de duas componentes, consideram-se duas densidades, sendo $f_{\Upsilon}(y)$ a do erro aleatório e $f_{\Psi}(x)$ da ineficiência, e, da hipótese de independência entres tais componentes, tem-se que a densidade conjunta satisfaz: $f_{\Psi, \Upsilon}(x, y) = f_{\Psi}(x)f_{\Upsilon}(y)$. Nota-se que a densidade conjunta de ε e Ψ pode ser representada pelo produto entre a densidade condicional de ε dado Ψ e a densidade marginal de Ψ :

$$f_{\Psi, \varepsilon}(x, z) = f_{\varepsilon|\Psi}(z|x)f_{\Psi}(x), \quad (3.29)$$

$$\text{onde } f_{\varepsilon}(z) = \int_0^{\infty} f_{\varepsilon|\Psi}(z|x)f_{\Psi}(x)dx \text{ é a marginal de } \varepsilon. \quad (3.30)$$

Para o caso em que o pressuposto das distribuições do termo de erro aleatório Υ e do termo de ineficiência Ψ são a normal e a *half*-normal, respectivamente, obtém-se, por conseguinte, a densidade marginal de ε :

$$f(\varepsilon) = \frac{2}{\sigma} \phi(\varepsilon\sigma^{-1})[1 - \Phi(\varepsilon\lambda\sigma^{-1})], \text{ onde } \sigma^2 = \sigma_{\Upsilon}^2 + \sigma_{\Psi}^2 \text{ e } \lambda = \frac{\sigma_{\Psi}}{\sigma_{\Upsilon}}, \quad (3.31)$$

onde ϕ denota a densidade da normal-padrão e Φ denota a função de distribuição acumulada da normal-padrão.

Portanto, a função de densidade de ε é assimétrica e possui esperança e variância

⁷Devido $E(\varepsilon = \Upsilon - \Psi) \neq 0$, a estimativa MQO resulta em estimativas tendenciosas.

dadas por:

$$E(\varepsilon) = E(\Upsilon - \Psi) = E(\Upsilon) - E(\Psi) = -E(\Psi) = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}\sigma_{\Psi} \quad (3.32)$$

$$\text{Var}(\varepsilon) = \sigma_{\varepsilon}^2 = \text{Var}(\Psi) + \text{Var}(\Upsilon) = \left(\frac{\pi-2}{\pi}\right)\sigma_{\Psi}^2 + \sigma_{\Upsilon}^2. \quad (3.33)$$

Sendo assim, baseando-se na suposição de independência entre as DMU's e na distribuição do erro composto $f(\varepsilon)$, tem-se que a log-verossimilhança é dada por:

$$\ln L(y|\beta, \lambda, \sigma^2, x) = \ln \prod_{j=1}^n f(\varepsilon_j) = \sum_{j=1}^n \ln f(\varepsilon_j) \quad (3.34)$$

$$= \sum_{j=1}^n \ln \left(\frac{2}{\sigma} \phi(\varepsilon_j \sigma^{-1}) [1 - \Phi(\varepsilon_j \lambda \sigma^{-1})] \right). \quad (3.35)$$

E, usando a expressão para a distribuição normal padrão ϕ , encontra-se:

$$\ln L(y|\beta, \lambda, \sigma^2, x) = \sum_{j=1}^n \ln \left(\frac{2}{\sigma} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \frac{\varepsilon_j^2}{\sigma^2}} \right) [1 - \Phi(\varepsilon_j \lambda \sigma^{-1})] \right) \quad (3.36)$$

$$= \sum_{j=1}^n \ln \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{1}{2} \frac{\varepsilon_j^2}{\sigma^2}} [1 - \Phi(\varepsilon_j \lambda \sigma^{-1})] \right) \quad (3.37)$$

$$= n \ln \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \right) - n \ln(\sigma) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{j=1}^n \varepsilon_j^2 + \sum_{j=1}^n \ln [1 - \Phi(\varepsilon_j \lambda \sigma^{-1})] \quad (3.38)$$

onde o termo de erro ε_j é substituído por $\ln y_j - \beta \ln x_j$ para fins de estimação. Maximizando a log-verossimilhança encontram-se as estimativas de β , σ^2 e λ , de modo que as estimativas para σ_{Ψ}^2 e σ_{Υ}^2 podem ser obtidas através do sistema formado pelas equações $\hat{\sigma}^2 = \hat{\sigma}_{\Psi}^2 + \hat{\sigma}_{\Upsilon}^2$ e $\hat{\lambda} = \frac{\hat{\sigma}_{\Psi}}{\hat{\sigma}_{\Upsilon}}$. De fato, note que:

$$\begin{aligned} \bullet \quad \hat{\sigma}_{\Upsilon}^2 &= \hat{\sigma}^2 - \hat{\sigma}_{\Psi}^2 \\ \hat{\sigma}_{\Upsilon}^2 &= \hat{\sigma}^2 - \hat{\lambda}^2 \hat{\sigma}_{\Upsilon}^2 \\ (1 + \hat{\lambda}^2) \hat{\sigma}_{\Upsilon}^2 &= \hat{\sigma}^2 \\ \hat{\sigma}_{\Upsilon}^2 &= \frac{\hat{\sigma}^2}{(1 + \hat{\lambda}^2)} \end{aligned} \quad (3.39)$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \hat{\sigma}_{\Psi}^2 &= \hat{\sigma}^2 - \frac{\hat{\sigma}^2}{(1 + \hat{\lambda}^2)} \\ \hat{\sigma}_{\Psi}^2 &= \frac{\hat{\sigma}^2(1 + \hat{\lambda}^2) - \hat{\sigma}^2}{(1 + \hat{\lambda}^2)} \\ \hat{\sigma}_{\Psi}^2 &= \hat{\sigma}^2 \frac{\hat{\lambda}^2}{(1 + \hat{\lambda}^2)} \end{aligned} \quad (3.40)$$

Fazendo $\hat{\varepsilon}_j = \ln y_j - \hat{\beta} \ln x_j$, obtemos uma espécie de estimativa para o termo de erro composto associado ao produtor j , porém, sendo o objetivo principal obter as estimativas individuais de ineficiência η_j , deve-se avaliar a esperança condicional de $e^{-\Psi}$:⁸

$$\eta_j^* = E(e^{-\Psi} | \varepsilon = \hat{\varepsilon}_j) \quad (3.42)$$

Sabe-se que a densidade condicional de Ψ dado ε é

$$f_{\Psi|\varepsilon}(x|z) = \frac{f_{\Psi,\varepsilon}(x, z)}{f_\varepsilon(z)}, \quad (3.43)$$

então, pode-se estimar o termo de ineficiência Ψ calculando-se a esperança condicional da seguinte forma:

$$E[e^{-\Psi} | \varepsilon = z] = \int_0^\infty e^{-x} f_{\Psi|\varepsilon}(x|z) dx \quad (3.44)$$

A densidade de Ψ , $\Psi > 0$, condicionada a ε para o caso das distribuições pressupostas anteriormente é dada por:

$$f_{\Psi|\varepsilon}(x|\hat{\varepsilon}_j) = \sigma^{*-1} \phi\left(\frac{x - \mu^*}{\sigma^*}\right) \left[1 - \Phi\left(\frac{-\mu^*}{\sigma^*}\right)\right], \quad (3.45)$$

onde $\mu^* = -\frac{\hat{\varepsilon}_j \sigma_\Psi^2}{\sigma^2}$ e $\sigma^* = \sqrt{\frac{\sigma_\Psi^2 \sigma_\Upsilon^2}{\sigma^2}}$. Logo, $\Psi | \varepsilon = \hat{\varepsilon}_j \sim N^+(\mu^*, \sigma^*)$. Sendo assim, baseando-se na distribuição condicional do termo de ineficiência Ψ dado o termo de erro composto ε , pode-se determinar o valor esperado de $e^{-\Psi}$ dado $\varepsilon = \hat{\varepsilon}_j$ por:

$$E(e^{-\Psi} | \varepsilon = \hat{\varepsilon}_j) = \frac{1 - \Phi\left(\frac{\sigma^* - \mu^*}{\sigma^*}\right)}{1 - \Phi\left(\frac{-\mu^*}{\sigma^*}\right)} e^{-\mu^* + \frac{1}{2}\sigma^{*2}}. \quad (3.46)$$

Utilizando-se as estimativas de σ^* e μ^* encontradas através do método de máxima verossimilhança, dadas por:

$$\hat{\sigma}^* = \sqrt{\frac{\hat{\sigma}_\Psi^2 \hat{\sigma}_\Upsilon^2}{\hat{\sigma}^2}} \text{ e } \hat{\mu}^* = -\frac{\hat{\varepsilon}_j \hat{\sigma}_\Psi^2}{\hat{\sigma}^2}, \quad (3.47)$$

⁸Devido a um termo de erro estocástico Υ ser introduzido, são redefinidos os escores de eficiência técnica por

$$\eta_j = \frac{\text{produção efetiva}}{\text{produção estocástica eficiente}} = \frac{f(x; \beta) e^\Upsilon e^{-\Psi}}{f(x; \beta) e^\Upsilon} = e^{-\Psi}, \quad (3.41)$$

tal que η será igual a um para o caso de uma DMU eficiente, ou seja, quando o termo de ineficiência assume valor zero tem-se que $\eta = e^{-\Psi} = e^0 = 1$.

deve-se, por fim, estimar o termo de eficiência por:

$$\hat{\eta}_j = E(e^{-\Psi} | \varepsilon = \hat{\varepsilon}_j) = \frac{1 - \Phi(\hat{\sigma}^* - \frac{\hat{\mu}^*}{\hat{\sigma}^*})}{1 - \Phi(-\frac{\hat{\mu}^*}{\hat{\sigma}^*})} e^{-\hat{\mu}^* + \frac{1}{2}\hat{\sigma}^{*2}}. \quad (3.48)$$

3.5 Regressão Quantílica

Landajo *et al.* (2008) [3] propuseram uma alternativa aos métodos DEA e SFA para mensurar ou comparar as performances das diferentes DMU's. A proposta do trabalho foi empregar o modelo de regressão quantílica e estimar diversas curvas que refletissem diferentes níveis de performance. Cada curva representaria um τ -quantil distinto da distribuição condicional do *output* com respeito aos *inputs* observados. Antes de explicar o método, falaremos um pouco do modelo de regressão quantílica.

Dada uma variável aleatória contínua Y com função de distribuição acumulada estritamente crescente, o τ -ésimo quantil populacional $Q^{(\tau)}$ é definido por:

$$\tau = P(Y \leq Q^{(\tau)}(Y)) = F_Y(Q^{(\tau)}(Y)), \quad 0 \leq \tau \leq 1, \quad (3.49)$$

onde $F_Y(Q^{(\tau)})$ é a função de distribuição acumulada da variável Y no ponto $Q^{(\tau)}$. A mediana, por exemplo, é calculada quando $\tau = 0,5$, o primeiro quartil quando $\tau = 0,25$ e o terceiro quartil quando $\tau = 0,75$. No entanto, para o modelo de regressão quantílica, há o interesse em calcular os quantis condicionais de Y dado X , definidos através da distribuição condicional de Y dado X por:

$$\tau = P(Y \leq Q^{(\tau)}(Y|X)|X) = F_{Y|X}(Q^{(\tau)}(Y|X)). \quad (3.50)$$

Assumindo que os dados são gerados através de um modelo linear aditivo do tipo:

$$Y_j = \beta_0^{(\tau)} + \beta_1^{(\tau)}X_j + \varepsilon_j^{(\tau)}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (3.51)$$

onde o τ -ésimo quantil condicional de $\varepsilon_j^{(\tau)}$ dado X_j é zero, ou seja, tem-se que $Q^{(\tau)}(\varepsilon_j|X_j = x_j) = 0$. Sendo assim, obtém-se como resultado que o τ -ésimo quantil condicional de Y dado X é:

$$Q^{(\tau)}(Y_j|X_j = x_j) = \beta_0^{(\tau)} + \beta_1^{(\tau)}x_j + Q^{(\tau)}(\varepsilon_j|X_j = x_j) = \beta_0^{(\tau)} + \beta_1^{(\tau)}x_j. \quad (3.52)$$

Koenker e Bassett (1978) [14] observaram que a estimação dos parâmetros que descrevem o quantil condicional explicitado acima se dá através da minimização do termo a

seguir:

$$\sum_{j:\varepsilon^{(\tau)} \geq 0}^n \tau |y_j - \beta_0^{(\tau)} - \beta_1^{(\tau)} x_j| + \sum_{j:\varepsilon^{(\tau)} < 0}^n (1 - \tau) |y_j - \beta_0^{(\tau)} - \beta_1^{(\tau)} x_j|. \quad (3.53)$$

Nota-se que esta é uma função de perda absoluta assimétrica, que pondera de forma diferente desvios positivos de negativos. Devido esta função não ser diferenciável, torna-se difícil encontrar uma solução analítica, porém métodos de programação linear podem ser empregados para se estimar os parâmetros do modelo.

No trabalho de Landaño *et al.* [3] foram selecionadas 520 editoras espanholas de livro para o estudo empírico. De acordo com a legislação espanhola, as sociedades de responsabilidade limitada devem reportar sua contabilidade anual no Registro Mercantil, sendo esta informação recolhida e fornecida para empresas espanholas no banco de dados do *Sistema de Análisis de Balances Ibéricos*. Com isso foram analisados os dados no período de 1999 a 2003, eliminando as empresas que não realizaram atividades durante esse período, ou as que iniciaram seus negócios em alguns desses anos ou as que possuíam ativos totais acima de €9 milhões (devido as grandes empresas tenderem a atuar em mais de um ramo).

A Figura a seguir, retirada do trabalho abordado [3], apresenta os dados das editoras espanholas de livro (em 10^3 €) e as linhas representam os quantis condicionais estimados para diferentes valores de τ : 10%, 25%, 50%, 75% e 90% (onde, no gráfico, aparecem em ordem crescente, de modo que a linha com maior inclinação refere-se ao quantil 90%, a com segunda menor inclinação refere-se ao quantil 75% e daí por diante).

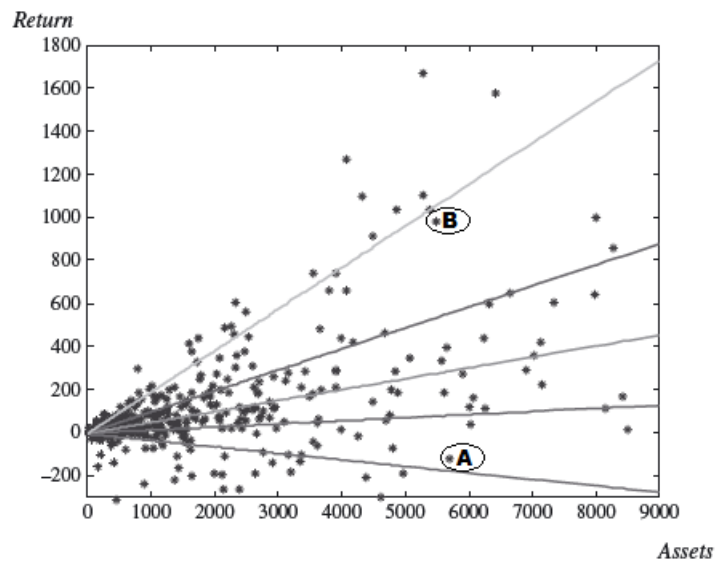


Figura 2: Dados (10^3 €) *versus* linhas dos quantis condicionais estimados

Pela Figura 2 podemos fazer uma comparação entre as DMU's "A" e "B" destacadas, da seguinte forma: nota-se que a DMU "A" encontra-se entre as linhas correspondentes aos quantis 10 e 25%, enquanto a DMU "B" encontra-se entre as linhas correspondentes aos quantis 75 e 90%. Com isso, pode-se afirmar que a DMU "B" é mais eficiente, devido ao fato de seu par (*input*, *output*) estar compreendido em uma região delimitada por quantis mais elevados do que os que aparecem associados à DMU "A", ou seja, quanto maior a quantidade de linhas de quantis abaixo da DMU, mais eficiente ela é.

Desta forma, é possível ordenar as DMU's no intuito de comparar suas performances, sendo a menos eficiente àquela que estiver na parte mais inferior do gráfico, apresentando menor quantidade de linhas de quantis abaixo dela, e a mais eficiente àquela que estiver na parte mais superior, apresentando uma maior quantidade de linhas de quantis abaixo dela. Com isso, apesar desta metodologia não estimar diretamente a eficiência das DMU's, é possível compará-las com base nessa ordenação.

4 Análise dos Resultados

4.1 Análise Exploratória dos Dados

Observou-se uma amostra constituída de 48 países, sendo 12 de economia avançada (25%) e 36 de economias emergentes e em desenvolvimento (75%). No intuito de observar algumas características econômicas dos países em análise, foram produzidos alguns gráficos com base nas variáveis da base de dados, descritas na seção 3.2. A Figura 3 apresenta a taxa de juros reais média, do período de 2007 a 2015, de cada um dos países.

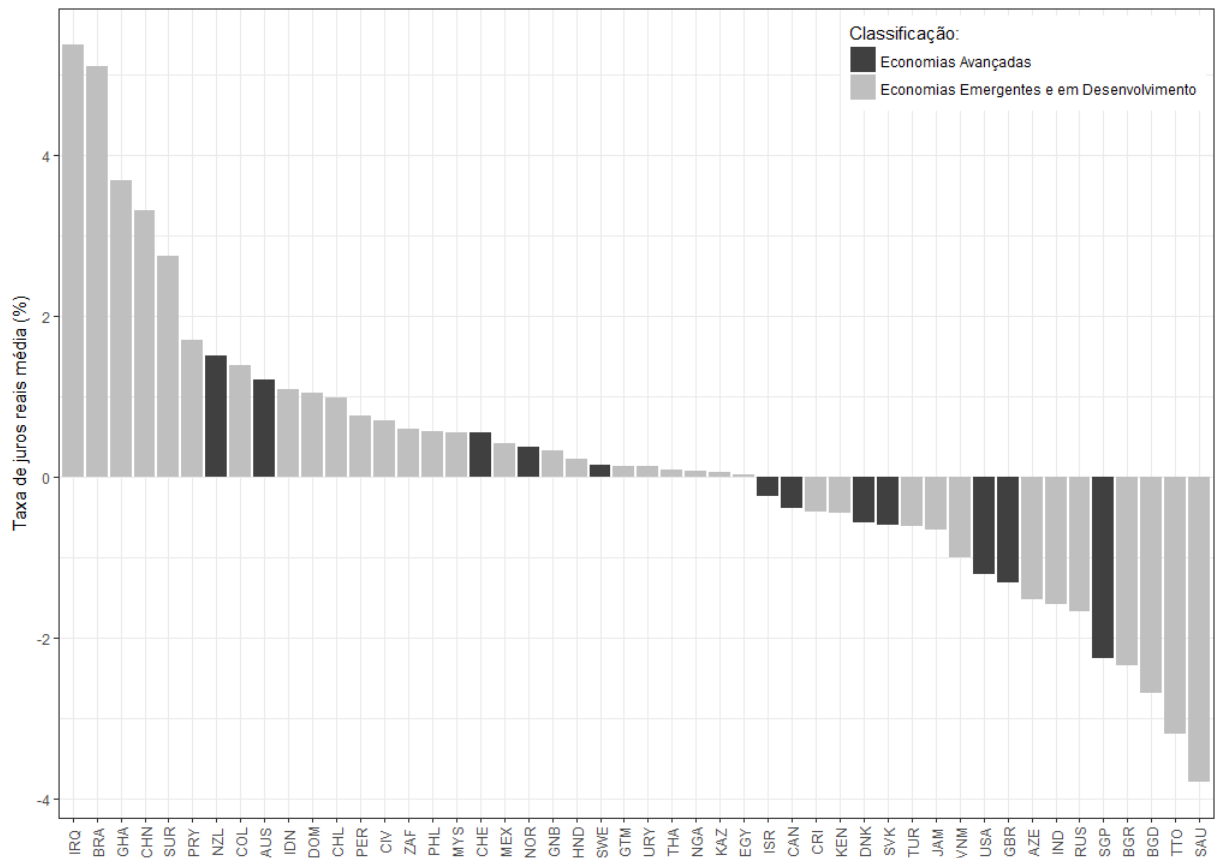


Figura 3: Taxa de juros reais média no período de 2007 a 2015

Pode-se observar que o Brasil (BRA) possui uma das maiores taxas de juros reais média (5,10%), sendo maior que a de todos os países considerados economias avançadas e, dentre os países de economia semelhante a dele, ou seja, economia em desenvolvimento, está abaixo apenas do Iraque (IRQ). Em seguida, encontram-se Gana (GHA), China (CHN) e Suriname (SUR), com taxas de juros reais médias de 3,68%, 3,31% e 2,75%, respectivamente.

Como discutido na seção 1, existem vários motivos que podem explicar a elevada taxa de juros reais praticada pelo Banco Central do Brasil, como, por exemplo, a taxa de inflação e o risco do país. A Figura 4 relaciona as médias da taxa de inflação e da taxa de juros reais de todos os países da amostra. Com isso, pode-se observar que, dos países que possuem taxas médias de inflação entre 5% e 7,5%, o Brasil é o país que apresenta a maior taxa de juros reais média, e logo após vem a Suriname. Dos países que apresentam taxas de juros médias próximas à do Brasil, o Iraque e a China apresentam taxa de inflação menores que a do Brasil, entre 2,5% e 5%, enquanto que a Gana apresenta a maior taxa quando comparada a qualquer outro país.

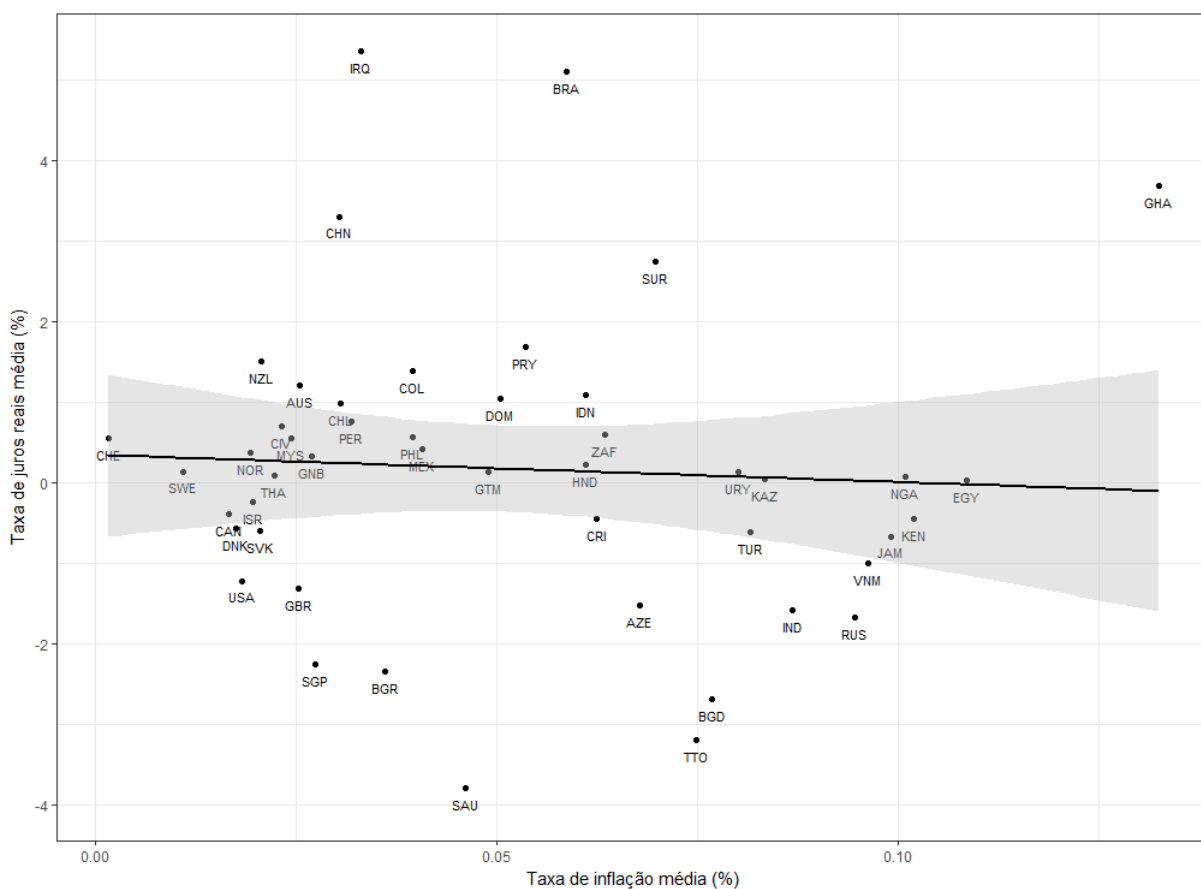


Figura 4: Relação entre a taxa de inflação média e a taxa de juros reais média

A Figura 5 apresenta a relação entre as médias do PIB *per capita* e da taxa de juros reais, no mesmo período, para os países emergentes e de economia em desenvolvimento. Nota-se que o Brasil possui um PIB *per capita* médio entre 5000 e 7500 dólares e que, neste intervalo, é o país que apresenta a maior taxa de juros reais média, seguido pela Suriname. Em uma visão mais geral, o Iraque é o país que apresenta maior taxa de juros reais média, como visto anteriormente, e possui um PIB *per capita* médio abaixo de 2500 dólares, ou seja, encontra-se em situação pior quando comparado ao Brasil, por ser um país mais pobre e com taxa de juros mais elevada.

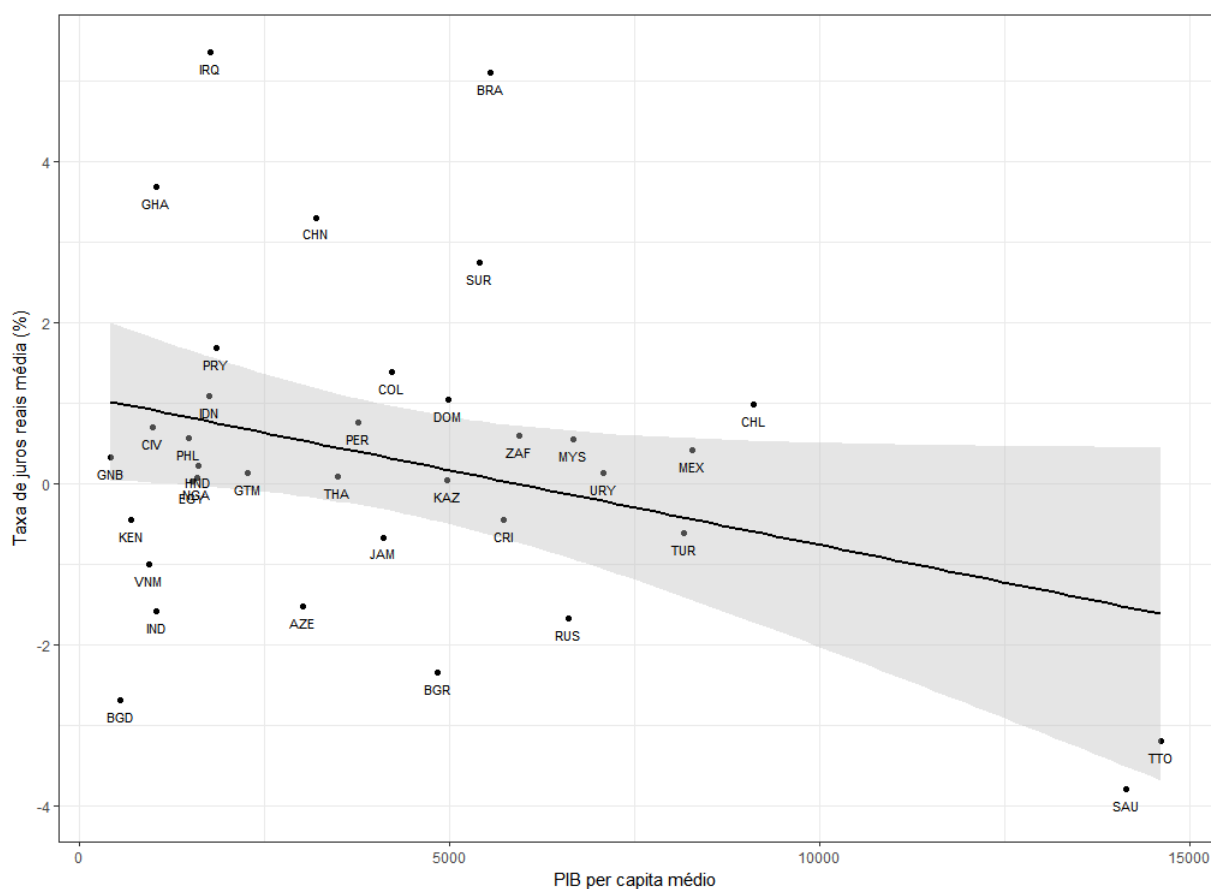


Figura 5: Relação entre o PIB *per capita* médio e a taxa de juros reais média, para países emergentes e em desenvolvimento

A Figura 6 apresenta o índice de risco médio de todos os países, para o mesmo período analisado. Devido ao índice ter sido construído em uma escala de 0 a 100 de maneira que valores menores estão associados a países mais arriscados, foi diminuído de 100 o índice de cada um dos países a fim de encontrar o valor complementar, invertendo a análise e possibilitando a comparação entre os países de modo que valores maiores estão associados a países mais arriscados e valores menores estão associados a países menos arriscados.

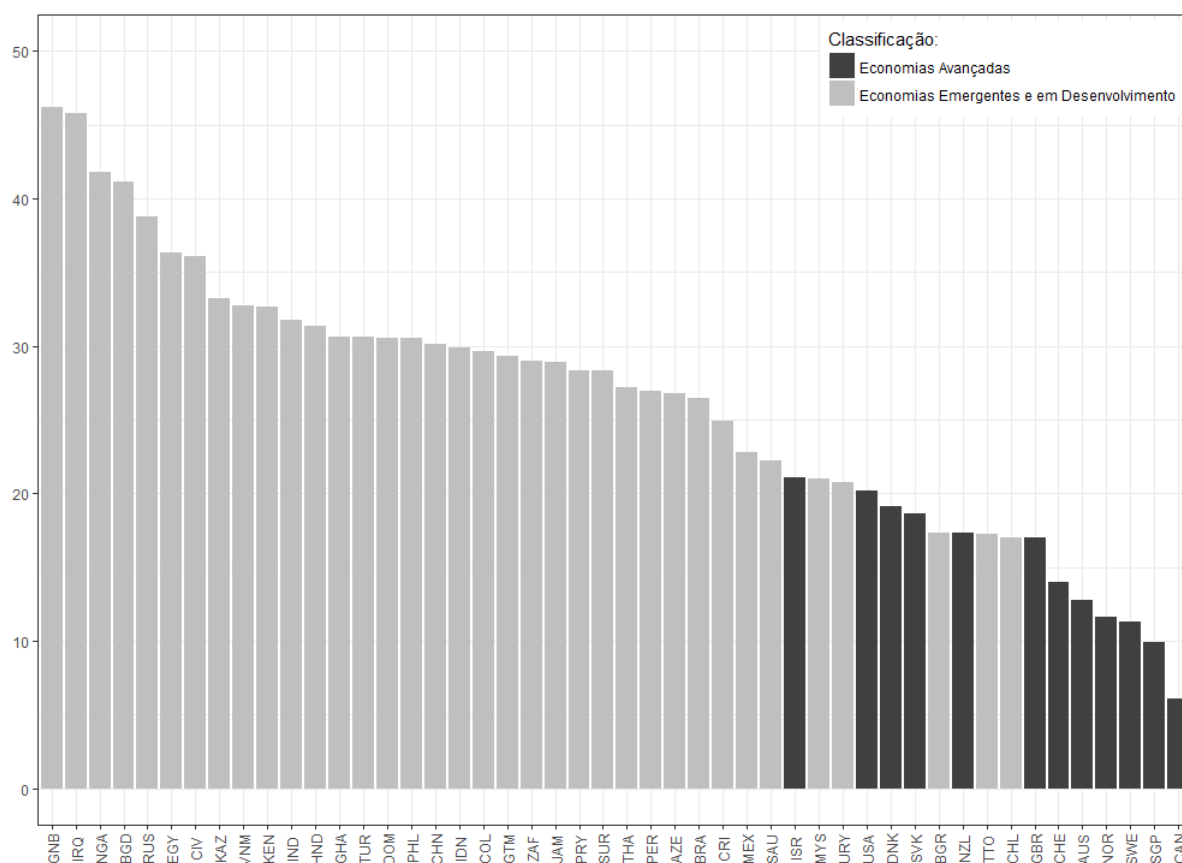


Figura 6: Índice de risco médio no período de 2007 a 2015

Desta forma, observando-se o gráfico, nota-se que Guiné-Bissau (GNB) é considerado o país mais arriscado e em segundo lugar encontra-se o Iraque, havendo apenas uma pequena distinção entre os índices médios de ambos os países. Dos países que possuem taxa de juros reais média próxima à do Brasil, a China e a Gana apresentam um risco semelhante entre elas, com um índice médio em torno de 30, e a Suriname apresenta um índice um pouco menor, porém todos esses países são considerados mais arriscados que o Brasil, que apresenta um índice médio de 26,44. Nota-se que o Azerbaijão (AZE), o Peru (PER) e a Tailândia (THA) apresentam um índice de risco médio um pouco maior que do Brasil, porém menor que da Suriname, contudo apresentam taxa de juros reais bem menores quando comparadas ao Brasil, como visto na Figura 3.

A Figura 7 relaciona a taxa de desemprego média com a taxa de juros reais média, no período analisado. Nota-se que o Iraque e a África do Sul (ZAF) são os que possuem as maiores taxas de desemprego, acima de 15%, quando comparados aos demais países. Dos países que possuem taxa de desemprego média entre 5% e 7,5%, o Brasil é o que apresenta a maior taxa de juros reais média, sendo, inclusive, bem maior que a da Suriname, que apresenta a segunda maior taxa nesse intervalo. Dos países que apresentam taxa de juros

reais média próxima a do Brasil, a Gana e a China possuem taxa de desemprego média próximas entre elas, um pouco menores que 5%.

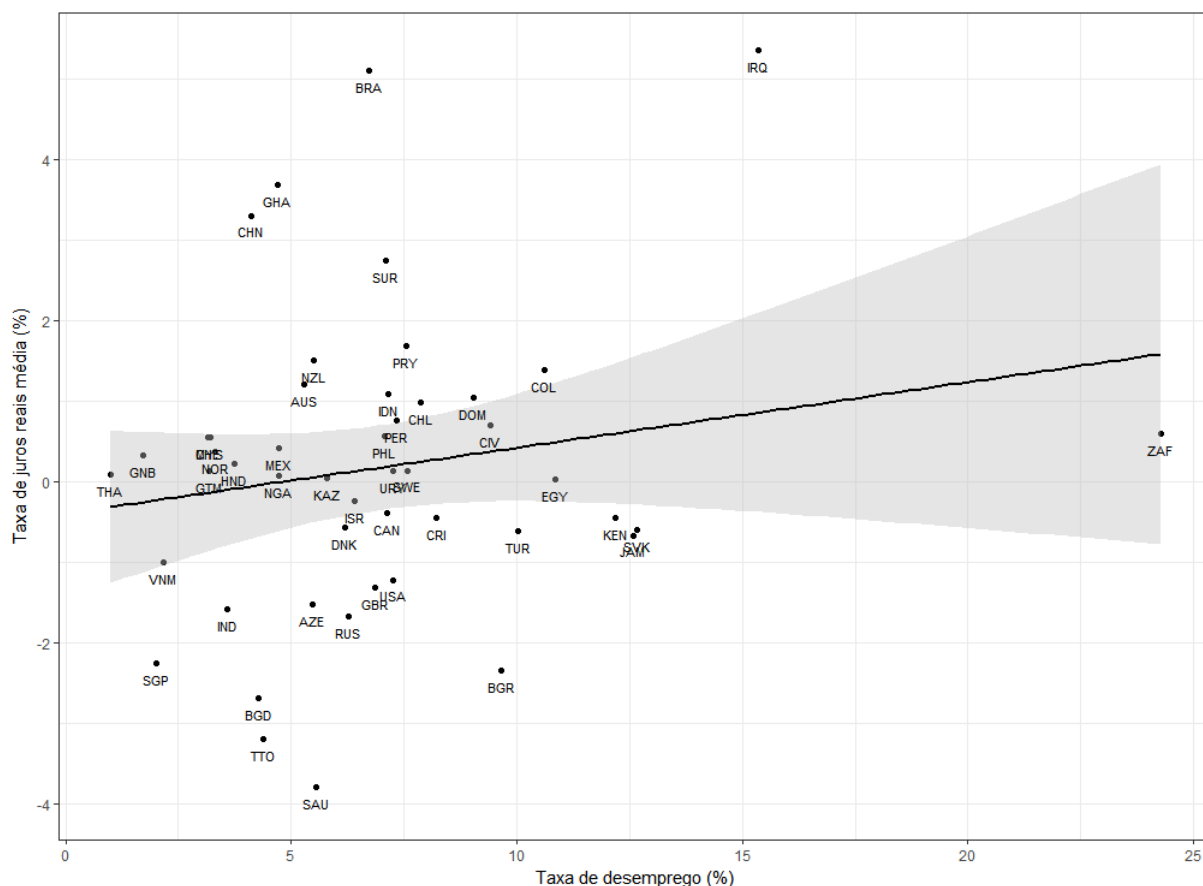


Figura 7: Relação entre a taxa de desemprego média e a taxa de juros reais média

A Figura 8 relaciona o índice de risco médio com a taxa de juros reais média, no período analisado. Pode-se observar que Guiné-Bissau, Iraque, Nigéria (NGA) e Bangladesh (BGD) são considerados mais arriscados e, quando comparados entre eles, nota-se uma diferença muito grande quanto a taxa de juros reais média do Iraque com relação a dos demais países. Dos países que possuem índice de risco médio maior que 40, Bangladesh é o único que apresenta taxa de juros reais média negativa, sendo bem menor quando comparada a dos outros países de mesmo nível de risco, principalmente em comparação a do Iraque.

Nota-se que Canadá (CAN) e Singapura (SGP) são os países considerados menos arriscados e que ambos apresentam taxa de juros reais média negativa, porém as praticadas pelo banco central do Canadá são mais altas. Dos países que possuem índice de risco médio entre 25 e 30, o Brasil é o que apresenta a maior taxa de juros reais média, sendo bem maior que a da Suriname e do Paraguai (PRY), os quais apresentam a segunda e a terceira

maior taxa de juros reais média, respectivamente, ao considerar este nível de risco.

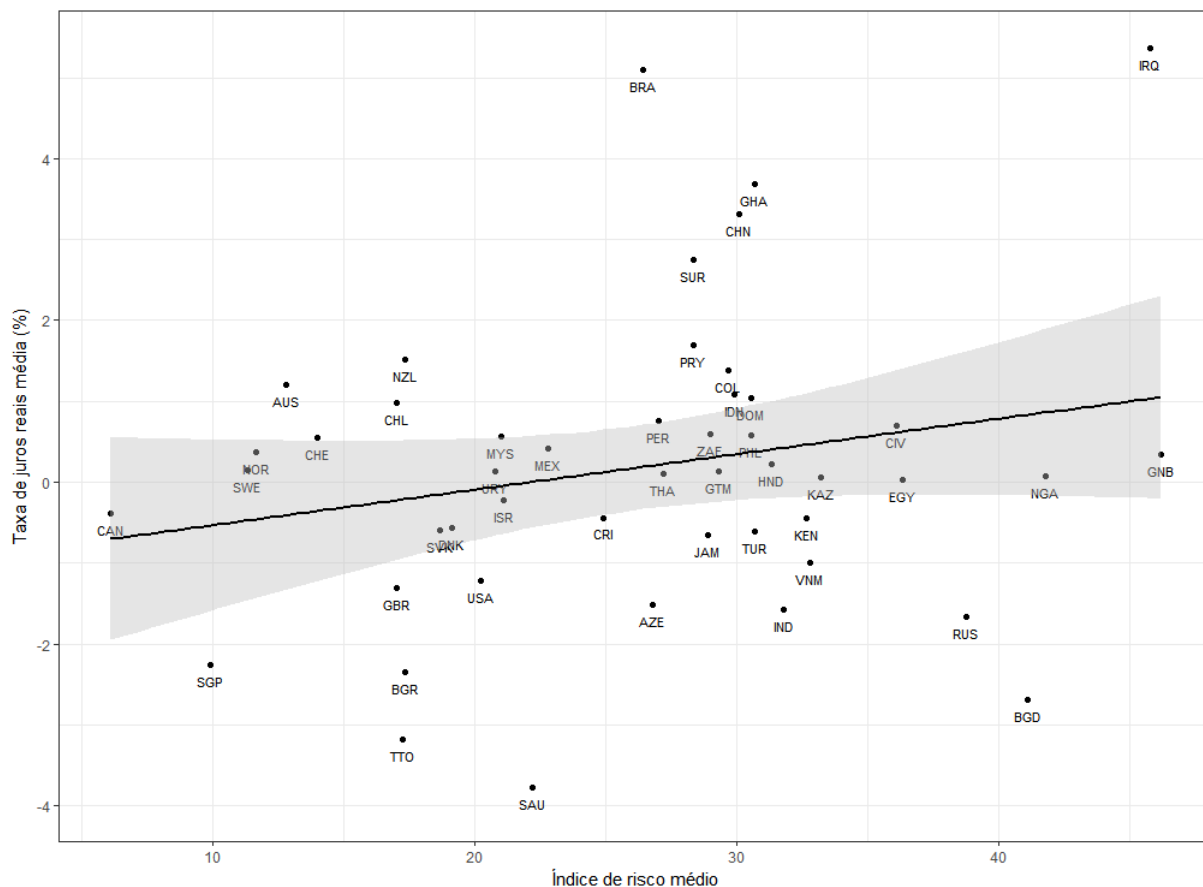


Figura 8: Relação entre o índice de risco médio e a taxa de juros reais média

Dos países que apresentam taxa de juros reais média próxima a do Brasil, nota-se que China e Gana possuem um índice de risco médio semelhante ao do Brasil. Observa-se que a Arábia Saudita (SAU) é o país que apresenta a menor taxa de juros reais média e possui um índice de risco médio entre 20 e 25, ou seja, seu índice não se distancia muito ao do Brasil.

Objetivou-se identificar os países que mais se destacam quando se relaciona o índice de risco médio com a taxa de juros reais média, ou seja, aqueles considerados mais eficientes. Para obter um *ranking* de eficiência, foram utilizados os métodos de análise de performances propostos. Para isso, considerando o fato de que a DEA assume o pressuposto de que os dados são não-negativos, resolveu-se padronizar os dados referentes às taxas de juros reais médias, devido à alguns países apresentarem taxas negativas. A padronização foi feita da seguinte forma: subtraiu-se de cada uma das taxas de juros reais médias o valor referente ao mínimo desses dados (de, aproximadamente, -3,78%), mudando apenas a escala.

4.2 Ordenação dos Países via Análise de Eficiência

No intuito de medir a performance do Brasil e compará-lo aos demais países, na relação entre o índice de risco médio e a taxa de juros reais média, foram implementados os métodos de Análise Envoltória de Dados (DEA), Análise da Fronteira Estocástica (SFA) e Regressão Quantílica, anteriormente propostos.

4.2.1 Análise de Eficiência pelo método DEA

Inicialmente foi implementado o método DEA, levando-se em consideração que foram assumidos diferentes retornos à escala, com o objetivo de identificar a fronteira que melhor se adequa. As fronteiras geradas se diferenciam pelo fato de que cada pressuposto utilizado irá formar um conjunto diferente de países mais eficientes, que pode mudar de acordo com o pressuposto adotado. A Figura 9 apresenta as diferentes fronteiras obtidas com a implementação dessa metodologia.

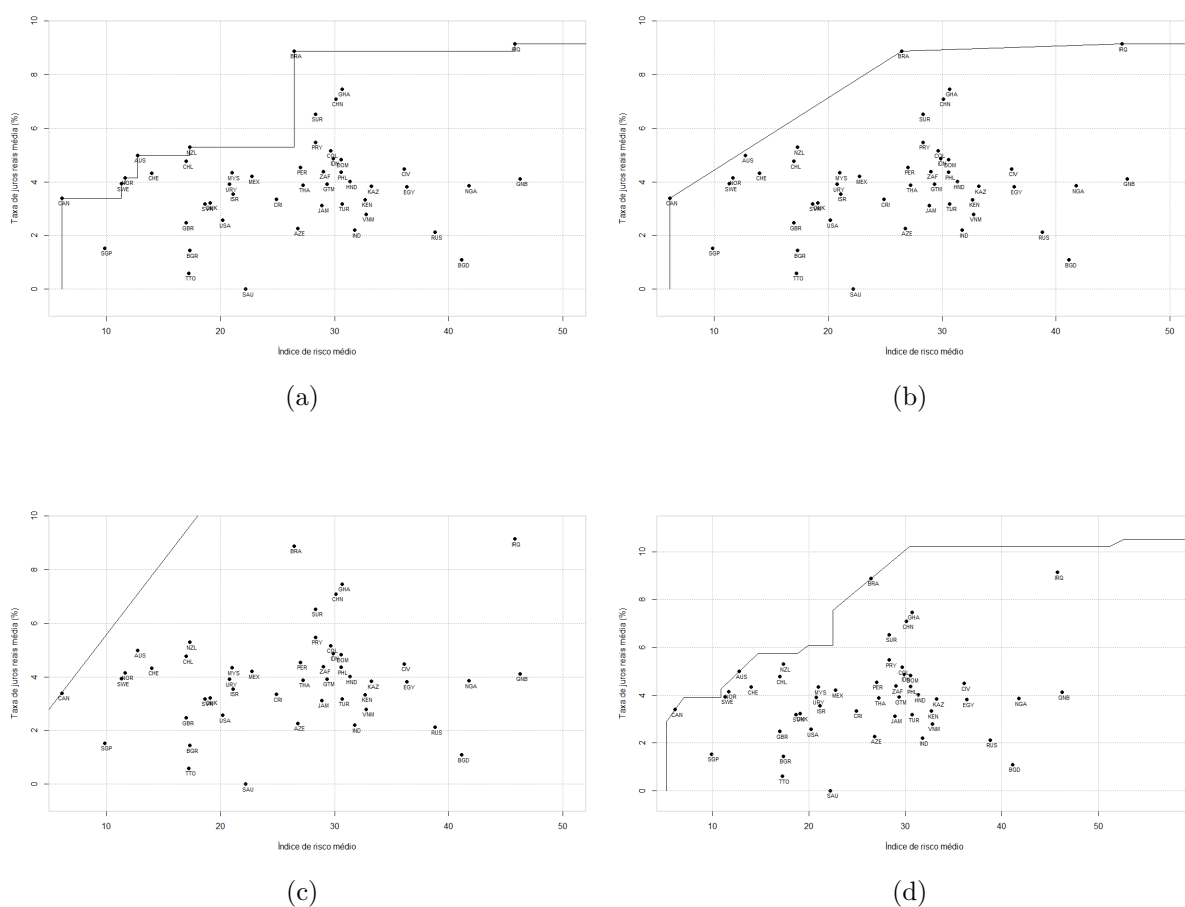


Figura 9: Fronteiras obtidas com a implementação do método DEA

No gráfico 9(a) o retorno à escala assumido não possui o pressuposto de convexidade, no 9(b) são assumidos retornos variáveis à escala e convexidade, no 9(c) são assumidos retornos constantes à escala e convexidade e no 9(d) assume-se que existe uma combinação entre livre descarte e retornos constantes à escala restritos ou locais. Pode-se notar que cada gráfico gerado incorpora diferentes países na fronteira eficiente, possibilitando diferentes conclusões. No 9(c), por exemplo, somente o Canadá encontra-se sobre a fronteira eficiente, enquanto que, no 9(b), além do Canadá, aparecem também o Brasil e o Iraque. No 9(a), o conjunto de países sobre a fronteira é maior, pois, além destes países, encontram-se Austrália (AUS), Nova Zelândia (NZL), Suécia (SWE) e Noruega (NOR). Já no gráfico 9(d), somente o Canadá, a Austrália e o Brasil encontram-se sobre a fronteira eficiente.

As fronteiras da DEA foram estimadas com base nos cálculos das medidas de eficiência de Farrell, também conhecidas por CCR-eficiência, como visto na seção 3.3. A mensuração dessas eficiências foi realizada a partir do método de programação linear (LP), considerando um modelo orientado a *input* e assumindo diferentes retornos à escala. A Figura 10 apresenta as medidas de eficiência encontradas ao considerar que os retornos à escala não assumem o pressuposto de convexidade, em acordo com a fronteira exibida no gráfico 9(a).

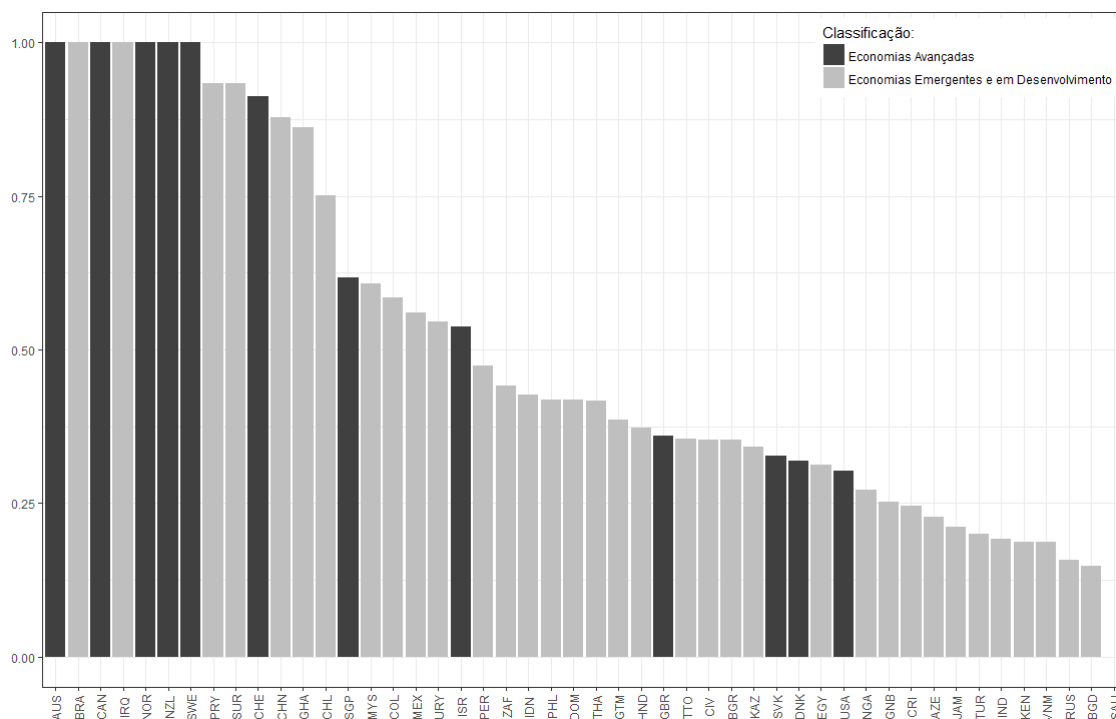


Figura 10: Medidas de eficiência obtidas quando os retornos à escala não assumem o pressuposto de convexidade

Pode-se observar que os países que encontram-se sobre a fronteira assumem um valor igual a um, o que significa que Austrália, Brasil, Canadá, Iraque, Noruega, Nova Zelândia e Suécia são considerados os países mais eficientes, de acordo com essa implementação da DEA. Nota-se que, dentre esses países, a maioria deles são de economia avançada, por exceção do Brasil e do Iraque. Sendo assim, Arábia Saudita, um país de economia emergente e em desenvolvimento, assim como o Brasil, pode ser considerado o mais ineficiente dentre todos os países. Logo após, em termos de ineficiência, tem-se Bangladesh e Rússia (RUS) como o segundo e o terceiro mais ineficiente, respectivamente.

Tem-se a Figura 11 que apresenta as medidas de eficiência encontradas ao utilizar retornos variáveis à escala, considerando o pressuposto de convexidade, que possibilitaram estimar a fronteira de eficiência do gráfico 9(b).

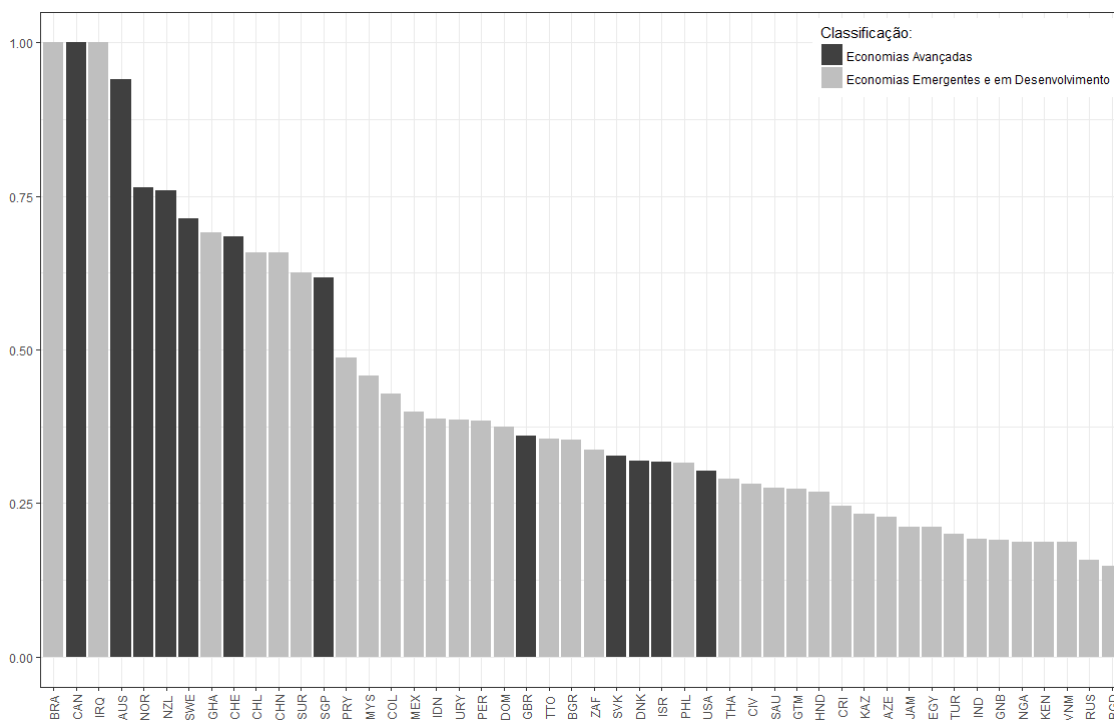


Figura 11: Medidas de eficiência obtidas ao assumir retornos variáveis à escala

Similarmente, pode-se observar que os países sobre a fronteira (Brasil, Canadá e Iraque) são considerados os mais eficientes, pois assumem valor igual a um. Em seguida, tem-se os quatro países encontrados sobre a fronteira na implementação anterior e depois Gana e Suíça (CHE). Nota-se que agora Bangladesh é considerado o país mais ineficiente. Logo após, em termos de ineficiência, tem-se Rússia e Vietnã (VNM) como o segundo e o terceiro mais ineficiente, respectivamente.

A Figura 12 apresenta as medidas de eficiência encontradas ao considerar retornos constantes à escala e a existência do pressuposto de convexidade, que possibilitaram estimar a fronteira de eficiência do gráfico 9(c).

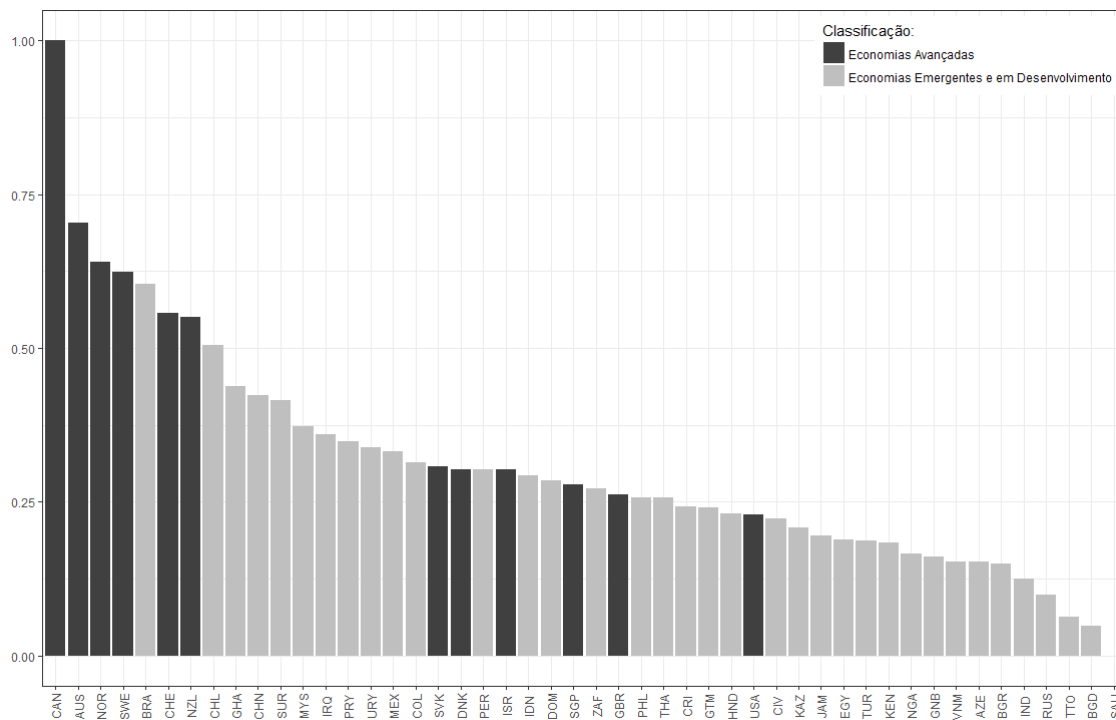


Figura 12: Medidas de eficiência obtidas ao assumir retornos constantes à escala

Com essa implementação da DEA, somente o Canadá encontra-se sobre a fronteira, assumindo valor igual a um, ou seja, é considerado o país mais eficiente. Em seguida, em termos de eficiência, tem-se os três países de economia avançada, os quais encontravam-se sobre a fronteira no gráfico 10, e, logo após, tem-se o Brasil. Pode-se observar que a Arábia Saudita é considerado o país mais ineficiente. Em seguida, em termos de ineficiência, tem-se Bangladesh e Trindade e Tobago (TTO) como o segundo e o terceiro mais ineficiente, respectivamente.

A Figura 13 apresenta as medidas de eficiência encontradas ao considerar que existe uma combinação entre livre descarte e retornos constantes à escala restritos ou locais, que possibilitaram estimar a fronteira de eficiência do gráfico 9(d).

Pode-se observar que somente Austrália, Brasil e Canadá assumem valor igual a um, sendo considerados os mais eficientes, onde, dentre esses países, somente o Brasil é tido como um país de economia emergente e em desenvolvimento. Em seguida, em termos de eficiência, tem-se Suécia, Noruega e Suriname. Nota-se que Bangladesh é considerado o país mais ineficiente, com medida de eficiência bem próxima a da Rússia.

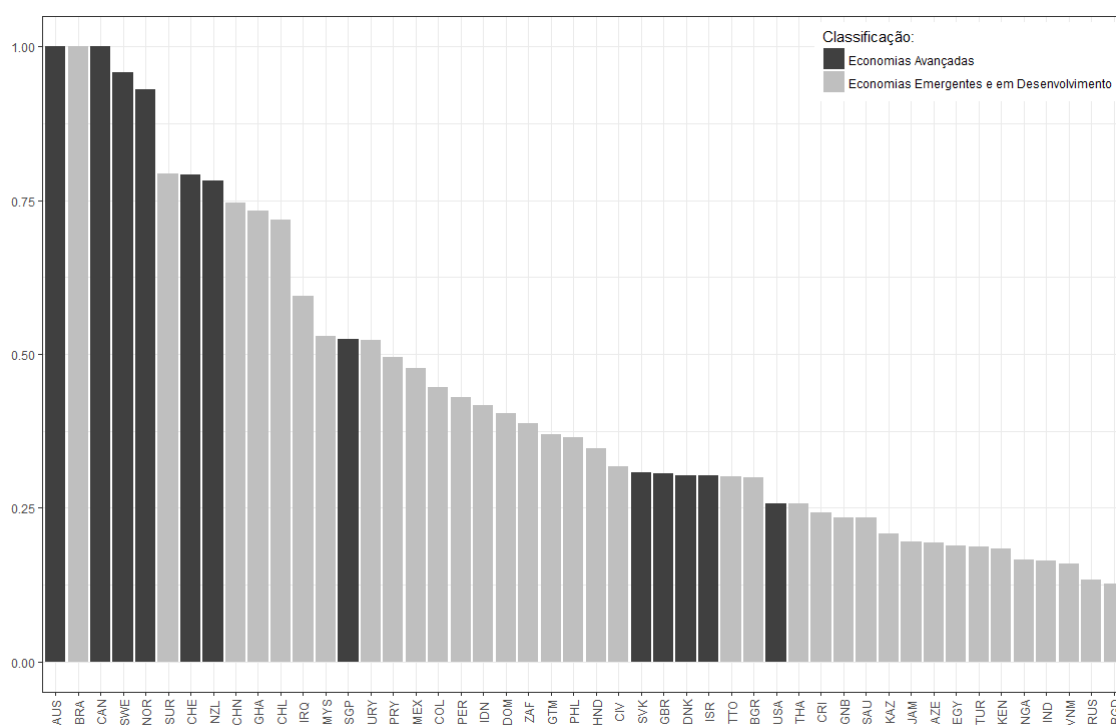


Figura 13: Medidas de eficiência obtidas ao considerar uma combinação entre livre descarte e retornos constantes à escala restritos ou locais

Baseando-se nessas medidas de eficiência encontradas por cada uma das implementações da DEA, objetivou-se ordenar os países, de maneira que, quanto mais próximo de um for a medida de eficiência, mais eficiente será o país. A Tabela 2 apresenta o ranking dos países para cada método da DEA implementado, tal que o(s) país(es) que assume a primeira posição é o mais eficiente.

Observando-se a Tabela tem-se a ordenação dos países encontrada através de cada uma das implementações da DEA realizadas. Dentre essas, encontram-se as seguintes implementações que foram anteriormente apresentadas: FDH (do inglês, *Free Disposability Hull*), VRS (do inglês, *Variable Returns to Scale*), CRS (do inglês, *Constant Returns to Scale*) e FDH+ (referente a combinação entre livre descarte e retornos constantes à escala restritos ou locais), as quais estão associadas aos gráficos 10, 11, 12 e 13, respectivamente.

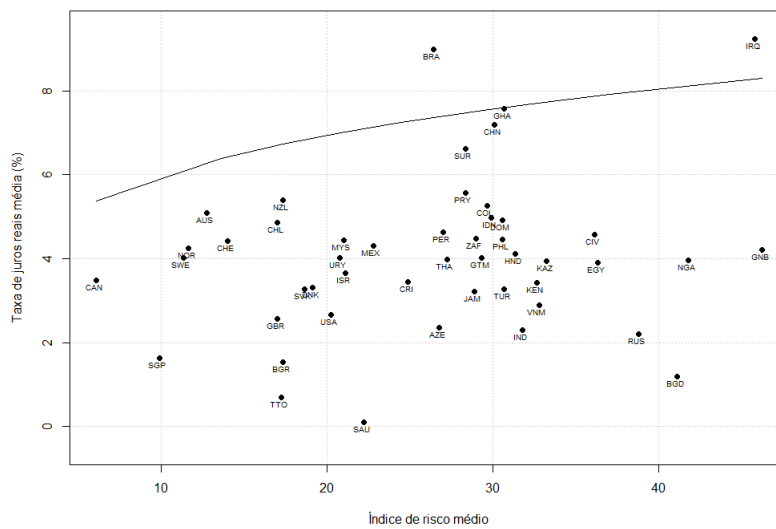
Nota-se que, independente da implementação utilizada, o Canadá é considerado um dos países mais eficientes. Já a Nova Zelândia é tida como o país mais eficiente em apenas um dos casos. Bangladesh é considerado um dos países mais ineficientes, devido assumir a última ou a penúltima posição do *ranking*, dependendo das restrições assumidas quanto aos retornos à escala, e, na metade dos casos, a Arábia Saudita também é tida com um dos mais ineficientes.

Pode-se observar também que Austrália, Suécia e Noruega são considerados os países mais eficientes em apenas duas das implementações realizadas, tendo em comum aos três países apenas o caso em que o pressuposto FDH foi assumido. O Brasil é considerado um dos países mais eficientes em quatro implementações, exceto somente nos casos em que se assumem retornos constantes à escala, retornos crescentes à escala ou quando se admite o pressuposto de aditividade.

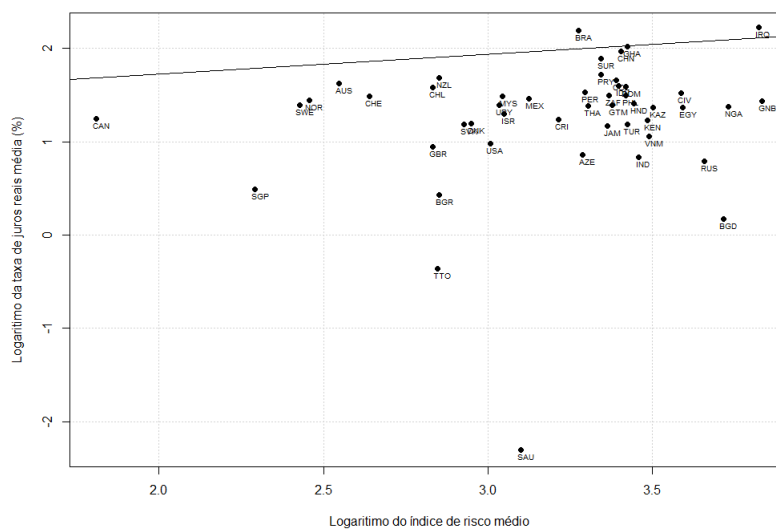
Por fim, optou-se por considerar a ordenação dos países encontrada com base na implementação FDH da DEA, devido à esta ser a que assume menos pressupostos com respeito aos retornos à escala assumidos. Por conseguinte, tem-se que Austrália, Brasil, Canadá, Iraque, Nova Zelândia, Noruega e Suécia são os países que assumem a primeira posição do *ranking*, sendo, então, considerados os países mais eficientes, enquanto que Rússia, Bangladesh e Arábia Saudita assumem as três últimas posições, respectivamente, sendo considerados os países mais ineficientes.

4.2.2 Análise de Eficiência pelo método SFA

Posteriormente, foi implementado o método SFA, levando-se em consideração que o termo de ineficiência foi assumido como tendo uma distribuição *half-normal*, que as estimativas de eficiência de uma fronteira de componentes de erro são invariantes no tempo e que foi assumido que o modelo inclui o intercepto. A Figura 14 apresenta as fronteiras de produção obtidas com a implementação dessa metodologia.



(a)



(b)

Figura 14: Fronteiras de produção obtidas através do método SFA

Devido aos dados da taxa de juros reais média terem sido padronizados, subtraindo-se o valor mínimo desses dados, referente à Arábia Saudita, obteve-se como resultado uma observação com valor igual à zero. Tendo em vista que o modelo é ajustado de maneira que aplica-se o logaritmo no *input* e no *output*, foi necessário somar uma constante pequena à taxa de juros reais média de todos os países, viabilizando solucionar esse problema da observação de valor zero, porém sem alterar muito a estrutura dos dados.

As fronteiras de produção foram encontradas baseando-se no método de estimação por máxima verossimilhança. O gráfico 14(a) apresenta a fronteira ajustada aos dados originais, enquanto que o gráfico 14(b) apresenta a fronteira ajustada ao modelo em foi aplicado o logaritmo no índice de risco médio e na taxa de juros reais média.

Como visto na seção 3.4, nessa metodologia existe a possibilidade de alguma DMU (no caso, algum país) encontrar-se acima da fronteira. Isso é devido ao fato de ser considerado que tanto um termo de ineficiência, quanto um termo de erro aleatório, podem afetar a ineficiência de uma DMU.

Nota-se, pelo gráfico 14(a), que apenas o Brasil e o Iraque encontram-se acima da fronteira, o que indica que são os únicos países que tiveram uma eficiência maior que a esperada. Em seguida, encontra-se somente o Gana sobre a fronteira, podendo-se dizer que é um país eficiente. Assim como os demais, Suriname e China encontram-se abaixo da fronteira de produção, porém são os que mais se aproximam dela. Observa-se que a Arábia Saudita é o país que encontra-se mais distante da fronteira, indicando uma ineficiência muito grande.

Pode-se observar que, dos países que possuem um índice de risco médio entre 20 e 30, somente o Brasil encontra-se acima da fronteira de produção, ou seja, é o único país considerado eficiente dentre o grupo de países para esse nível de risco. A Arábia Saudita é o país que possui maior ineficiência, sendo, inclusive, bem maior que a ineficiência do Azerbaijão, que é o que possui a segunda maior ineficiência nesse nível de risco.

Em uma visão mais geral, Trindade e Tobago e Bangladesh são os que possuem a segunda e a terceira maior ineficiência, respectivamente. Ao observar o gráfico 14(b), nota-se que a fronteira de produção deslocou-se para cima, aproximando-se mais do Brasil e do Iraque, porém fazendo com que a Arábia Saudita se distanciasse ainda mais da fronteira e dos demais países, evidenciando ainda mais a sua ineficiência.

Baseando-se no modelo ajustado para encontrar essas fronteiras de produção, foram obtidas as medidas de eficiência associadas à cada um dos países para que fosse possível

identificar os mais eficientes. A Tabela 3 apresenta a ordenação dos países de acordo com a implementação do método de Análise da Fronteira Estocástica.

Nota-se que o Brasil ocupa a primeira posição do *ranking*, seguido do Iraque e do Gana, respectivamente. Ou seja, os países que encontram-se acima ou sobre a fronteira de produção são aqueles considerados mais eficientes. A última posição do *ranking* é ocupada pela Arábia Saudita, sendo, então, considerada o país mais ineficiente. Em termos de ineficiência, tem-se Bangladesh e Trindade e Tobago ocupando as duas posições anteriores à Arábia Saudita, nesta ordem.

4.2.3 Análise de Eficiência pelo método de Regressão Quantílica

Por último, foi implementado o método de Regressão Quantílica, levando-se em consideração que as curvas dos quantis foram estimadas de maneira não-paramétrica, para que não houvesse um cruzamento entre elas, o que poderia interferir na ordenação de eficiência dos países. A estimação dessas curvas foi feita em função do uso de um termo de suavização, através da utilização de *B-splines* com penalidades de diferença.

A Figura 15 apresenta as curvas dos quantis ajustadas aos dados, as quais foram estimadas para os percentis 10%, 25%, 50%, 75% e 90%. As curvas aparecem no gráfico em ordem crescente, ou seja, a associação de cada uma delas à um percentil é feita de maneira que a primeira curva, de baixo para cima, refere-se à curva do quantil 10%, a segunda refere-se à curva do quantil 25% e assim por diante.

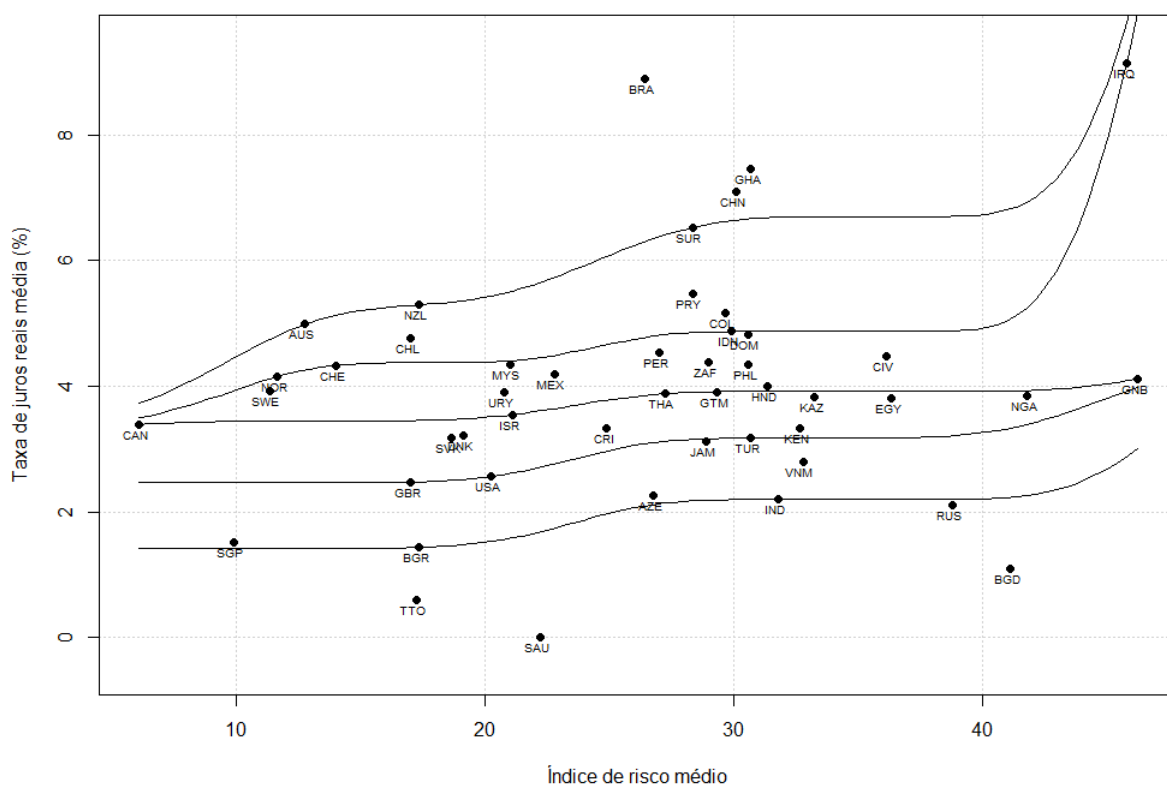


Figura 15: Curvas dos quantis estimadas para os percentis 10%, 25%, 50%, 75% e 90% através do método de Regressão Quantílica

Para a estimação dessas curvas foram adicionados alguns atributos à covariável considerados relevantes para o termo suave. Para a construção desse termo foi levado em consideração que a função suave é não decrescente, que foi utilizado um parâmetro de su-

avização de $\lambda = 0,09$ e que o polinômio *spline* possui grau 5. O parâmetro λ é responsável por suavizar o ajuste, pois, à medida que aumenta-se o valor desse parâmetro, as curvas dos quantis tendem a ficar mais suaves e, conseqüentemente, mais bem ajustadas.

Baseando-se no resultado apresentado no gráfico 15, após a imposição dessas restrições, pode-se observar que Brasil, Gana e China são os únicos países que encontram-se acima da curva referente ao quantil 90%, logo, são considerados mais eficientes que os demais países que encontram-se abaixo dessa curva. Analogamente, pode-se dizer que Trindade e Tobago, Arábia Saudita, Rússia e Bangladesh são os países mais ineficientes, devido a estes encontrarem-se abaixo da curva referente ao quantil 10%.

Dos países que apresentam taxa de juros reais média próxima ao do Brasil, pode-se dizer que o Brasil é considerado mais eficiente que o Iraque, que se encontra sobre a curva referente ao quantil 75%, porém é tão eficiente quanto Gana, China e Suriname. Dos países que possuem um índice de risco médio entre 20 e 30, o Brasil é o único país que encontra-se acima da curva correspondente ao quantil 90%, sendo, portanto, considerado o mais eficiente. Devido à Suriname encontrar-se sobre a curva correspondente ao quantil 90%, pode-se dizer que é um país tão eficiente quanto o Brasil. Logo após, ao considerar apenas os países que possuem o mesmo nível de risco que o Brasil, tem-se Paraguai e Colômbia (COL) como os segundos países mais eficientes e nota-se que a Arábia Saudita é o único país que encontra-se abaixo da curva correspondente ao quantil 10%, sendo, portanto, considerado o mais ineficiente.

Desta forma, seguindo essa linha de raciocínio, como visto na Seção 3.5, é possível fazer uma ordenação dos países no intuito de comparar suas performances. O *ranking* é feito de maneira que os países que encontram-se na parte superior do gráfico, apresentando maior quantidade de curvas de quantis abaixo dele, são considerados os mais eficientes e os que encontram-se na parte inferior, apresentando menor quantidade de curvas de quantis abaixo dele, são considerados os mais ineficientes.

Sendo assim, considerando-se apenas as curvas apresentadas no gráfico 15, referentes aos quantis 10%, 25%, 50%, 75% e 90%, tem-se que Austrália, Brasil, China, Gana, Nova Zelândia e Suriname são os países que ocupam a primeira posição do *ranking*, sendo, então, considerados os mais eficientes. Quanto aos países que ocupam a última posição do *ranking*, tem-se Azerbaijão, Bangladesh, Bulgária (BGR), Índia (IND), Rússia, Arábia Saudita, Singapura e Trindade e Tobago, sendo estes considerados os mais ineficientes.

Nota-se que há vários países ocupando a mesma posição do *ranking*. Isso acontece devido terem sido estimadas apenas cinco curvas de quantis, fazendo com que vários

países estejam associados à uma mesma curva de quantil. Visando resolver este problema e obter uma ordenação mais precisa, ou seja, com a menor quantidade possível de países ocupando uma mesma posição, foi estimada uma quantidade maior de curvas de quantis. A Tabela 4 apresenta a ordenação dos países de acordo com a implementação do método de Regressão Quantílica, levando-se em consideração que foram estimadas 999 curvas correspondentes aos quantis 0,1%, 0,2%, . . . , 99,8%, 99,9%.

Nota-se que o Brasil ocupa a primeira posição do *ranking*, seguido por Gana, Nova Zelândia e China, respectivamente. Logo, pode-se dizer que o Brasil é o país mais eficiente dentre todos os demais, com base nessa metodologia. A Arábia Saudita ocupa a última posição do *ranking*, sendo, então, considerada a mais ineficiente. Pode-se observar que existe empate nas posições do *ranking* apenas quando se trata do Canadá, Guatemala (GTM), Guiné-Bissau e Israel (ISR), tal que estes países ocupam a 24^a posição.

4.2.4 Ordenação Geral dos Países

Após a implementação de cada um dos métodos propostos e a obtenção de uma ordenação dos países individual a cada método, observou-se que o Brasil ocupa a primeira posição e a Arábia Saudita ocupa a última posição do *ranking*, independente da metodologia utilizada. Nota-se que, no geral, Trindade e Tobago, Bangladesh e Rússia são os países que ocupam as últimas posições do *ranking*.

Vale ressaltar que o termo “eficiente” tratado neste trabalho não está, de fato, associado à algo positivo. Conforme discutido na Seção 1, existem vários motivos que podem explicar uma taxa de juros alta, inclusive o risco de um país, porém uma taxa de juros reais muito elevada não é desejável, sendo compreensível apenas quando o país é considerado altamente arriscado, o que não é o caso do Brasil. Então, neste caso, um país considerado eficiente em uma análise de eficiência deverá ser, na realidade, compreendido como um país ineficiente. Desta forma, com base nos resultados encontrados, Brasil é o país que apresenta o pior cenário e a Arábia Saudita, o melhor.

Observando-se o gráfico 6 foi visto que o Brasil não é um dos países de maior índice de risco médio e pode-se notar que seu risco não é muito maior que o da Arábia Saudita, porém, ainda assim, esses países ocupam posições extremamente opostas no *ranking*. O que pode-se explicar pelo fato de que, apesar de apresentarem um risco parecido, as taxas de juros reais desses dois países são totalmente opostas, apresentando uma diferença bem grande.

O Iraque é o país que apresenta a maior taxa de juros reais média e o segundo maior índice de risco médio e, por exceção do método DEA, ocupa sempre uma posição posterior ao Brasil no *ranking*. Inclusive, tratando-se do método de Regressão Quantílica, a posição no *ranking* do Iraque torna-se mais distante à do Brasil, sendo Gana o mais próximo neste caso.

Objetivando-se obter uma ordenação geral, baseando-se nas análises de eficiência já implementadas, foi utilizado um método de agrupamento como um mecanismo para identificar os países que possuíam um *ranking* mais próximo e, por conseguinte, formar grupos de países considerados semelhantes em termos de eficiência.

Para isso foi realizada uma análise de cluster hierárquico, tomando a média como método de aglomeração e considerando 6 clusters. A Tabela 1 apresenta os agrupamentos obtidos após a realização dessa análise.

Tabela 1: Agrupamento dos países via Análises de Eficiência

Grupos	Países
Grupo 1	Austrália (AUS) // Brasil (BRA) Chile (CHL) // China (CHN) Colômbia (COL) // Gana (GHA) Nova Zelândia (NZL) // Paraguai (PRY) Suriname (SUR) // Suíça (CHE)
Grupo 2	Azerbaijão (AZE) // Bangladesh (BGD) Índia (IND) // Rússia (RUS) Arábia Saudita (SAU) // Vietnã (VNM)
Grupo 3	Bulgária (BGR) // Singapura (SGP) Trindade e Tobago (TTO) // Reino Unido (GBR)
Grupo 4	Canadá (CAN) // Iraque (IRQ) Noruega (NOR) // Suécia (SWE)
Grupo 5	Costa Rica (CRI) // Dinamarca (DNK) Egito (EGY) // Guiné-Bissau (GNB) Jamaica (JAM) // Cazaquistão (KAZ) Quênia (KEN) // Nigéria (NGA) Eslováquia (SVK) // Turquia (TUR) Estados Unidos (USA)
Grupo 6	Costa do Marfim (CIV) // República Dominicana (DOM) Guatemala (GTM) // Honduras (HND) Indonésia (IDN) // Israel (ISR) Malásia (MYS) // México (MEX) Peru (PER) // Filipinas (PHL) África do Sul (ZAF) // Tailândia (THA) Uruguai (URY)

Observando-se os grupos formados, nota-se que, dos países que apresentam taxa de juros reais média e índice de risco médio próximos ao do Brasil, Gana, China e Suriname são os que encontram-se no mesmo grupo do Brasil. Dos países que se encontram no mesmo grupo do Brasil, apenas Austrália, Nova Zelândia e Suíça são considerados países de economia avançada. A Arábia Saudita, associada sempre à última posição do *ranking*, encontra-se agrupada, também, com Bangladesh e Rússia, os quais estão associados aos países mais ineficientes. Todos os países que encontram-se no grupo 2 são aqueles que ocupam as últimas posições do *ranking* e todos são considerados países de economia emergente e em desenvolvimento, assim como o Brasil.

Baseando-se nesses grupos de países obtidos, objetivou-se comparar os países de cada um dos grupos, com relação à alguns fatores econômicos dos países. O intuito foi de verificar se existem semelhanças entre os países agrupados, de acordo com suas posições nos *rankings*, considerando as variáveis coletadas.

4.3 Brasil e Países Similares

A Figura 16 apresenta a taxa de juros reais média, para o período de 2007 a 2015, classificada de acordo com os grupos encontrados após as implementações dos métodos de análise de eficiência.

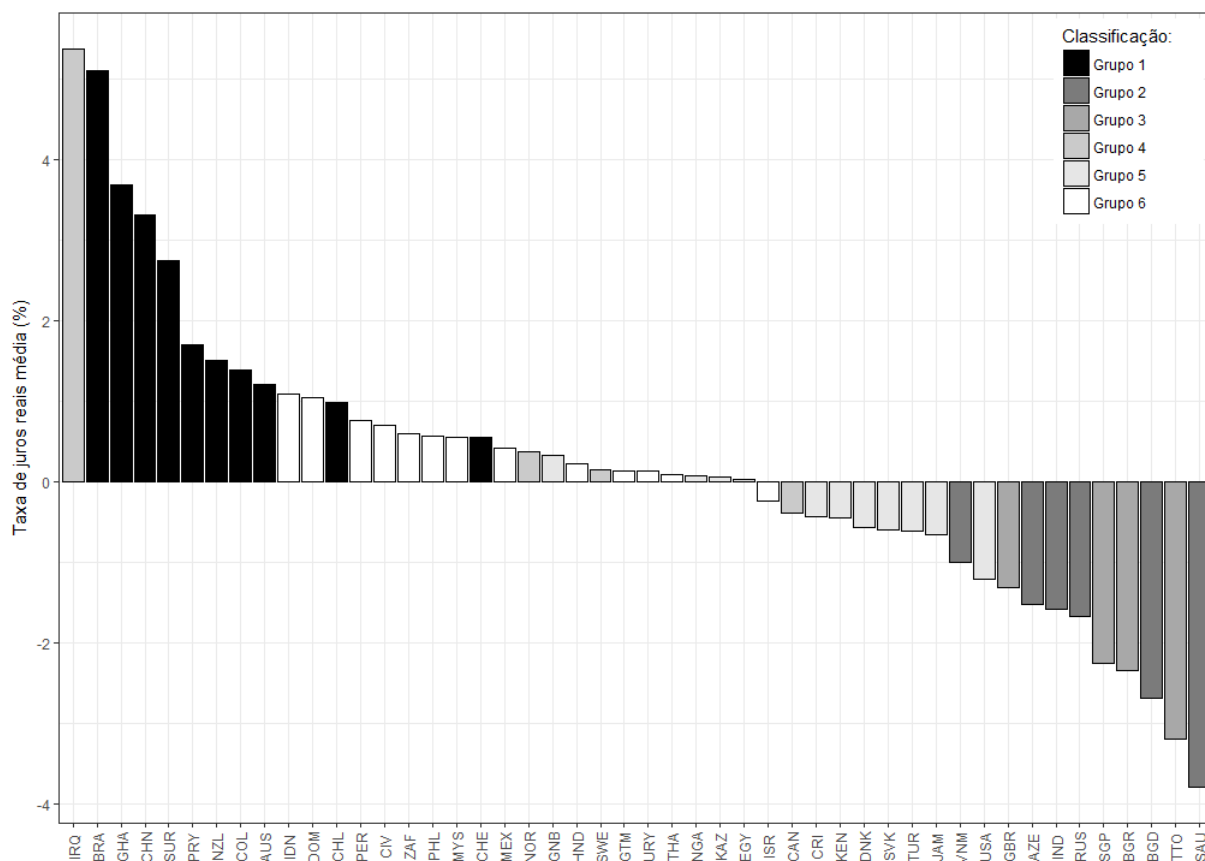


Figura 16: Taxa de juros reais média no período de 2007 a 2015, classificada pelos grupos de eficiência

Pode-se observar que, no geral, os países do grupo 1 são os que apresentam as maiores taxas de juros reais médias, tendo somente o Chile e a Suíça distoando um pouco do grupo. Desse grupo, a Suíça é o país que apresenta a menor taxa de juros reais e o Brasil é o que apresenta a maior. Dos países do grupo 4, o Iraque é o país que apresenta a maior taxa de juros reais, sendo, inclusive, quase 15 vezes maior que a da Noruega, que apresenta a segunda maior taxa.

Nota-se que os países dos grupos 2 e 3 são, no geral, os que apresentam as menores taxas de juros reais médias. Observando-se apenas os países desses dois grupos, tem-se a Arábia Saudita como o país de menor taxa e o Vietnã como o de maior, ambos do grupo 2, porém todos os países desses grupos apresentam taxa de juros reais média negativa.

A Figura 17 apresenta o índice de risco médio, para o período de 2007 a 2015, classificado de acordo com os grupos encontrados após as implementações dos métodos de análise de eficiência.

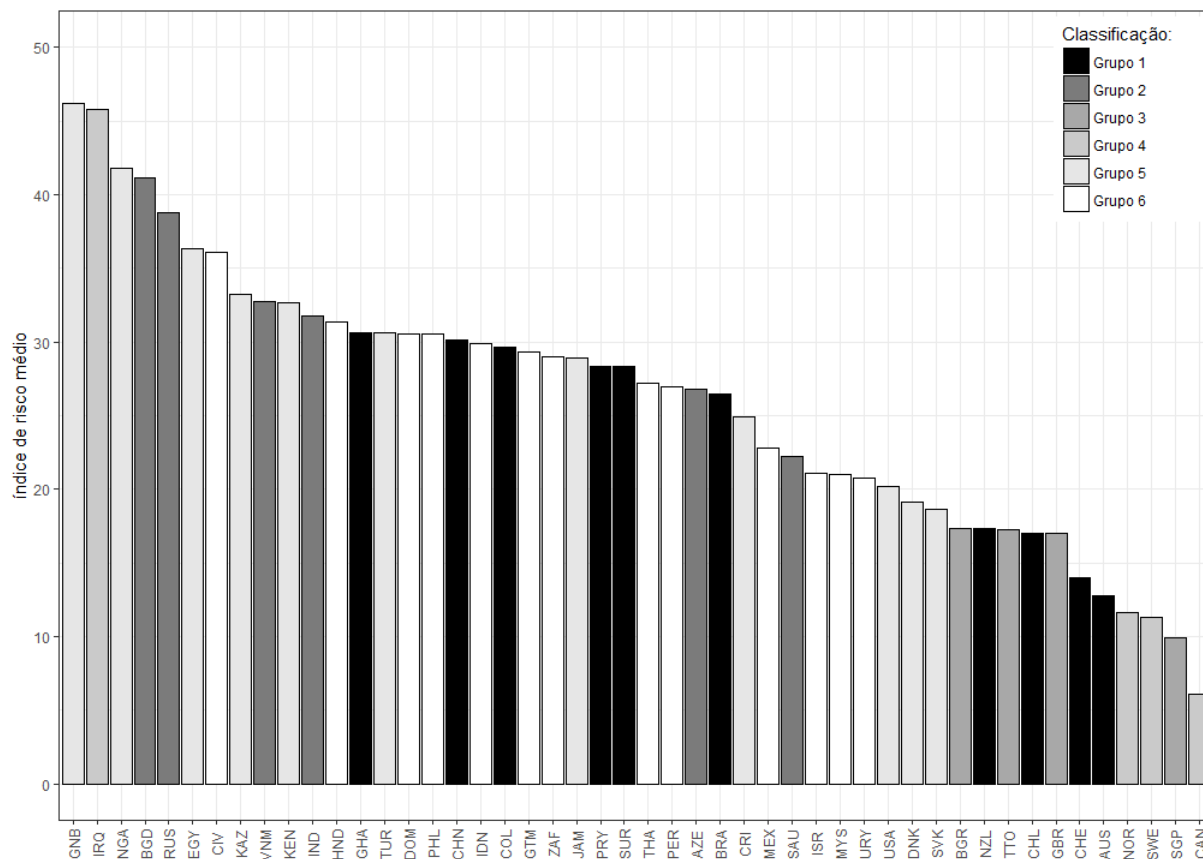


Figura 17: Índice de risco médio no período de 2007 a 2015, classificado pelos grupos de eficiência

Nota-se que, dos países do grupo 1, o Gana é o que apresenta o maior índice de risco médio e a Austrália é o que apresenta o menor. Desse grupo, os países de economia avançada (Nova Zelândia, Suíça e Austrália) são os que apresentam o menor risco, juntamente com o Chile, que ainda possui um risco menor que o da Nova Zelândia. Dos países que apresentam taxa de juros reais média próxima ao do Brasil e encontram-se no mesmo grupo, tem-se Gana, China e Suriname apresentando um risco maior quando em comparação ao Brasil.

Os países considerados os mais arriscados são, no geral, os que estão incluídos no grupo 5, sendo a Guiné-Bissau o país de maior risco. Desse grupo, tem-se os Estados Unidos, a Dinamarca e a Eslováquia como os países menos arriscados. O segundo país mais arriscado, dentre todos da análise, é o Iraque, que pertence ao grupo 4. Desse grupo, somente o Iraque é considerado um país de alto risco, pois o Canadá, a Suécia e a

Noruega são todos considerados países de baixo risco. Os países do grupo 3 são, no geral, considerados os menos arriscados, tendo a Singapura como o país de menor risco.

A Figura 18 apresenta a relação entre a taxa de inflação média e a taxa de juros reais média, no período analisado, para cada um dos grupos de eficiência encontrados após implementação dos métodos de análise de eficiência.

Pode-se observar que, dos países do grupo 1, as taxas de inflação médias variam entre 0% e 15%, sendo apenas a do Gana maior que 7,5%. Desse grupo, com relação à taxa de inflação média, a Suíça é o país que apresenta a menor taxa e a Suriname e o Paraguai são os países que apresentam taxas mais próximas ao do Brasil, entre 5% e 7,5%. Com relação à taxa de juros reais média, todos os países desse grupo apresentam taxas positivas, entre 0,5% e 5,5%, sendo as taxas da China e do Gana as mais próximas ao do Brasil.

Dos países do grupo 2, todos apresentam taxa de juros reais média negativa, assim como os países do grupo 3. Quanto à taxa de inflação média, que encontram-se num intervalo entre 4,5% e 9,7%, não existe muita divergência quando comparadas entre os países do grupo 2, com exceção da Arábia Saudita, que é o único país que apresenta uma taxa de inflação média menor que 6,5%.

Nota-se que, dos países do grupo 3, Trindade e Tobago é o país que mais se diferencia do grupo, quando relaciona-se a taxa de inflação média com a taxa de juros reais média, por ser o único que apresenta uma taxa de inflação maior que 4%, sendo, inclusive, duas vezes maior que a segunda maior taxa desse grupo, referente à Bulgária. Contudo, os demais países desse grupo se assemelham bastante, principalmente em questão da taxa de juros reais média.

Observa-se que os países do grupo 4 apresentam taxa de inflação média bem próxima entre eles, pois encontram-se em um intervalo de 1% a 3,5%. Nota-se que o Iraque é o país que apresenta a maior taxa de inflação, sendo a única que encontra-se acima de 2%. Dentre todos os países desse grupo, com relação à taxa de juros reais média, o Canadá é o único país que apresenta uma taxa negativa, porém não chega a se diferenciar muito das taxas da Suécia e da Noruega, e o Iraque é o único país que apresenta uma taxa maior que 1%. Logo, pode-se dizer que o Iraque é o que mais se dispersa do grupo, por apresentar tanto taxa de juros reais, quanto taxa de inflação, mais altas quando comparadas às dos demais países.

Do grupo 5 nota-se que apenas 4 países apresentam taxa de juros reais média positiva, enquanto que, no grupo 6, apenas um dos países apresenta taxa de juros reais negativa.

Há uma maior concentração dos países nesses dois grupos e, baseando-se nessa relação, não se observa algum país em específico que se distancie muito dos demais, tanto no grupo 5, quanto no grupo 6.

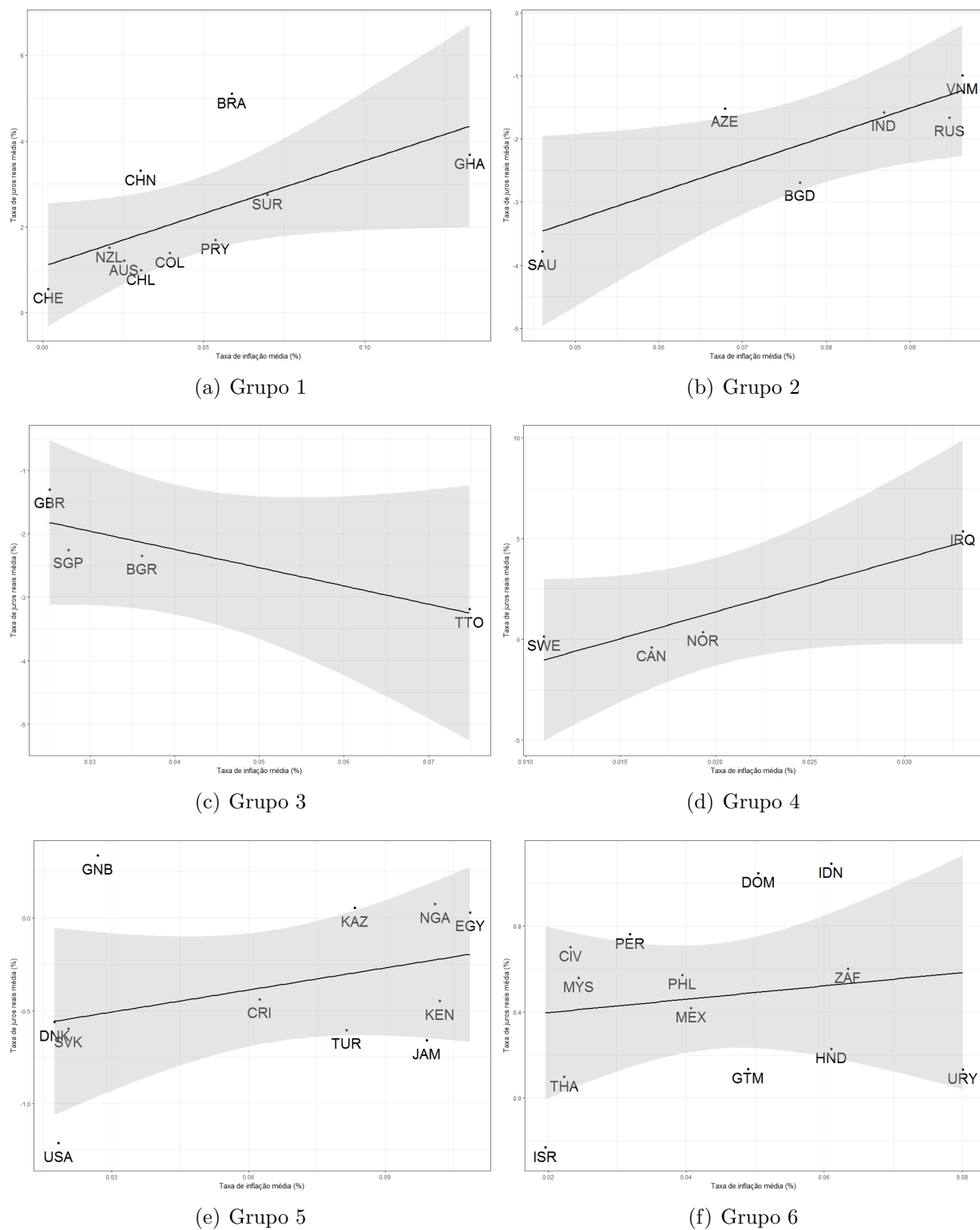


Figura 18: Relação entre a taxa de inflação e a taxa de juros reais, para cada grupo de eficiência

A Figura 19 apresenta a relação entre o PIB médio e a taxa de juros reais média, no período analisado, para cada um dos grupos de eficiência encontrados após implementação dos métodos de análise de eficiência.

Observando-se o gráfico dos países do grupo 1, nota-se que a China é o país que apresenta o maior PIB médio, sendo, inclusive, quatro vezes maior que o do Brasil, que apresenta o segundo maior PIB médio nesse grupo. O Brasil apresenta um PIB médio próximo ao da Austrália, porém, com relação à taxa de juros reais média, existe uma diferença muito grande. Gana e Suriname são os países que apresentam uns dos menores PIB médio, porém são os que apresentam umas das maiores taxas de juros reais médias, sendo bem próximas à da China.

Dos países do grupo 2, Índia e Rússia são os países que apresentam maior PIB médio, seguindo-se pela Arábia Saudita, e os demais apresentam um PIB bem próximo. Com relação à taxa de juros reais média, os países concentram-se entre -3% e -1%, com exceção da Arábia Saudita.

Dos países do grupo 3, o Reino Unido é o que mais se distancia dos demais, quando compara-se o PIB. O segundo maior PIB médio é o da Singapura, que é considerado um país de economia avançada, assim como o Reino Unido, e, ainda assim, o PIB médio do Reino Unido consegue ser quase 15 vezes maior.

Dos países do grupo 4, nota-se que a Noruega e a Suécia são os países que mais se assemelham, tanto em relação ao PIB quanto em relação a taxa de juros reais. O Canadá é o único que apresenta taxa de juros reais negativa, porém apresenta o maior PIB do grupo. Já o Iraque é o país de menor PIB, entretanto apresenta a maior taxa de juros reais, apresentando um cenário oposto ao do Canadá.

Dos países do grupo 5, os Estados Unidos é o que mais se destaca, devido possuir um PIB médio muito elevado, enquanto todos os demais países do grupo apresentam um PIB médio bem próximo entre eles. Inclusive, nota-se que os Estados Unidos é o que apresenta o maior PIB médio e a menor taxa de juros reais média, enquanto que a Guiné-Bissau apresenta um dos menores PIB médio e a maior taxa de juros reais.

Dos países do grupo 6, nota-se que o México é o país de maior PIB médio, enquanto a Indonésia apresenta o segundo maior PIB e a maior taxa de juros reais média. A taxa de juros reais média da Indonésia é bem próxima a da República Dominicana, apesar de haver uma diferença considerável entre o PIB médio desses países. Contudo, Israel é o país de menor taxa de juros reais média e, ainda assim, apresenta um PIB maior que o

da República Dominicana, que apresenta a segunda maior taxa de juros reais.

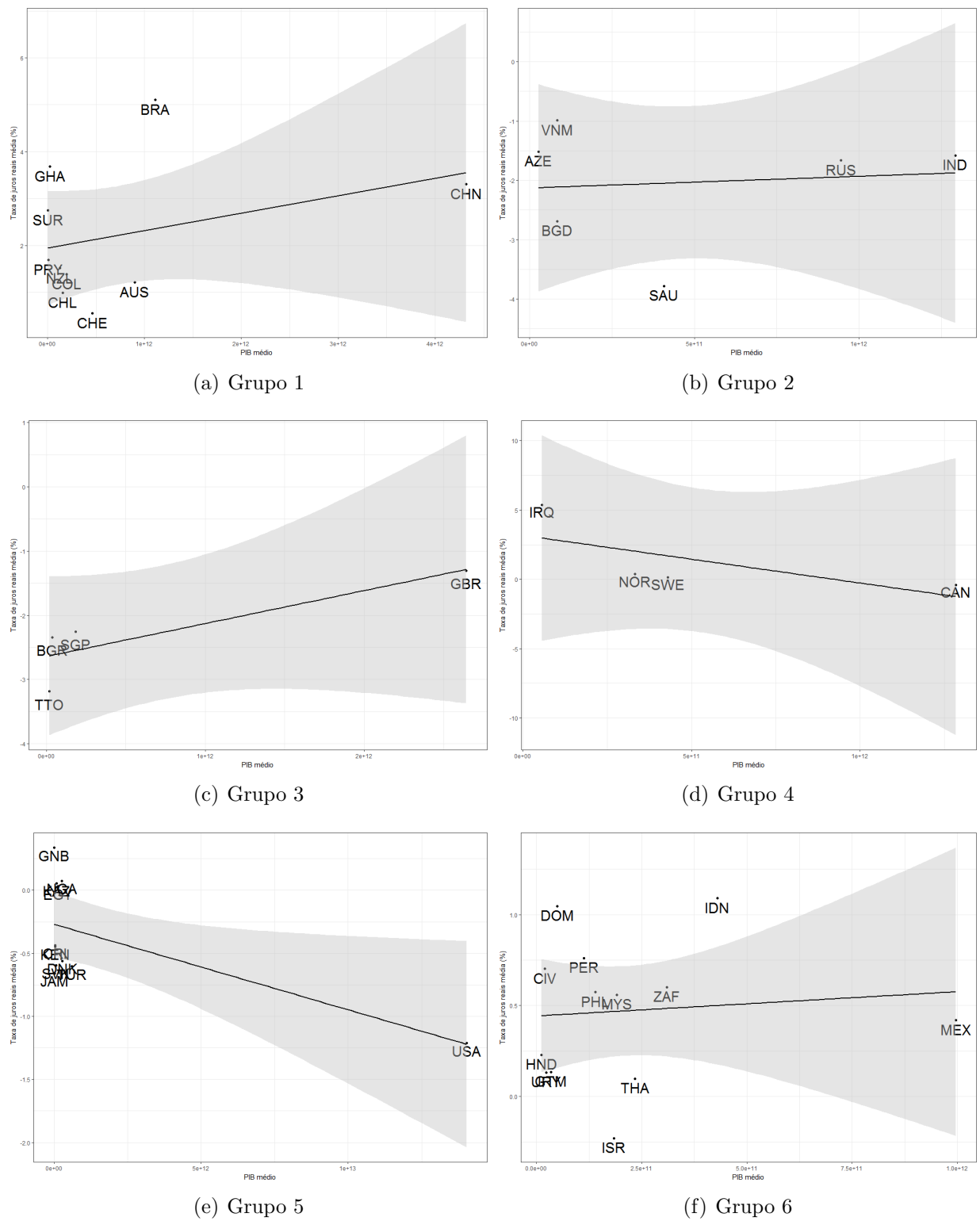


Figura 19: Relação entre o PIB e a taxa de juros reais, para cada grupo de eficiência

A Figura 20 apresenta a relação entre o PIB *per capita* médio e a taxa de juros reais média, no período analisado, para cada um dos grupos de eficiência encontrados após implementação dos métodos de análise de eficiência.

Dos países do grupo 1 nota-se que a Suíça é o país que apresenta o maior PIB *per capita* médio. Em seguida, tem-se a Austrália e a Nova Zelândia com o segundo e o terceiro maior PIB *per capita*, respectivamente. Nota-se que esses três países são considerados economias avançadas. O PIB *per capita* mostra a realidade de um país, pois, por exemplo, a China apresenta um PIB médio bem alto, porém, por ser o país mais populoso do mundo, apresenta um PIB *per capita* baixo, sendo menor que o do Brasil. Os demais países desse grupo, considerados economias emergentes e em desenvolvimento, estão mais concentrados, não havendo muita diferença entre o PIB *per capita* desses países.

Dos países do grupo 2, nota-se que a Arábia Saudita é o país que apresenta o maior PIB *per capita* médio e a Rússia apresenta o segundo maior. A Indonésia, por ser o segundo país mais populoso, apresenta um PIB alto e um PIB *per capita* baixo, assim como a China. Desta forma, se aproxima mais de Bangladesh e do Vietnã, sendo os países de menor PIB *per capita* médio.

Dos países do grupo 3, tem-se o Reino Unido com o maior PIB *per capita* médio, porém sem se distanciar tanto dos demais países, como ocorreu quando foi realizada uma comparação com base no PIB médio. Em seguida, tem-se a Singapura apresentando o segundo maior PIB *per capita*. Dos países do grupo 4, tem-se a Noruega com o maior PIB *per capita* e nota-se que o Canadá, antes apresentando o maior PIB, possui o PIB *per capita* maior apenas quando comparado ao Iraque.

Dos países do grupo 5, os Estados Unidos aparece apresentando um dos maiores PIB *per capita*, porém sendo menor que o da Dinamarca, que antes observou-se que apresentava um dos menores PIB do grupo. A Guiné-Bissau apresenta um dos menores PIB *per capita* médio, assim como o PIB médio, sendo considerado um dos países mais pobres, em comparação aos demais desse grupo, entretanto apresentando a maior taxa de juros reais média.

Dos países do grupo 6, Israel apresenta o maior PIB *per capita* médio, sendo bem maior que o dos demais países. A Indonésia, que apresenta um dos maiores PIB médio, aparece no gráfico apresentando um dos menores PIB *per capita* médio, isso acontece devido ser um país populoso, assim como a China e a Índia.

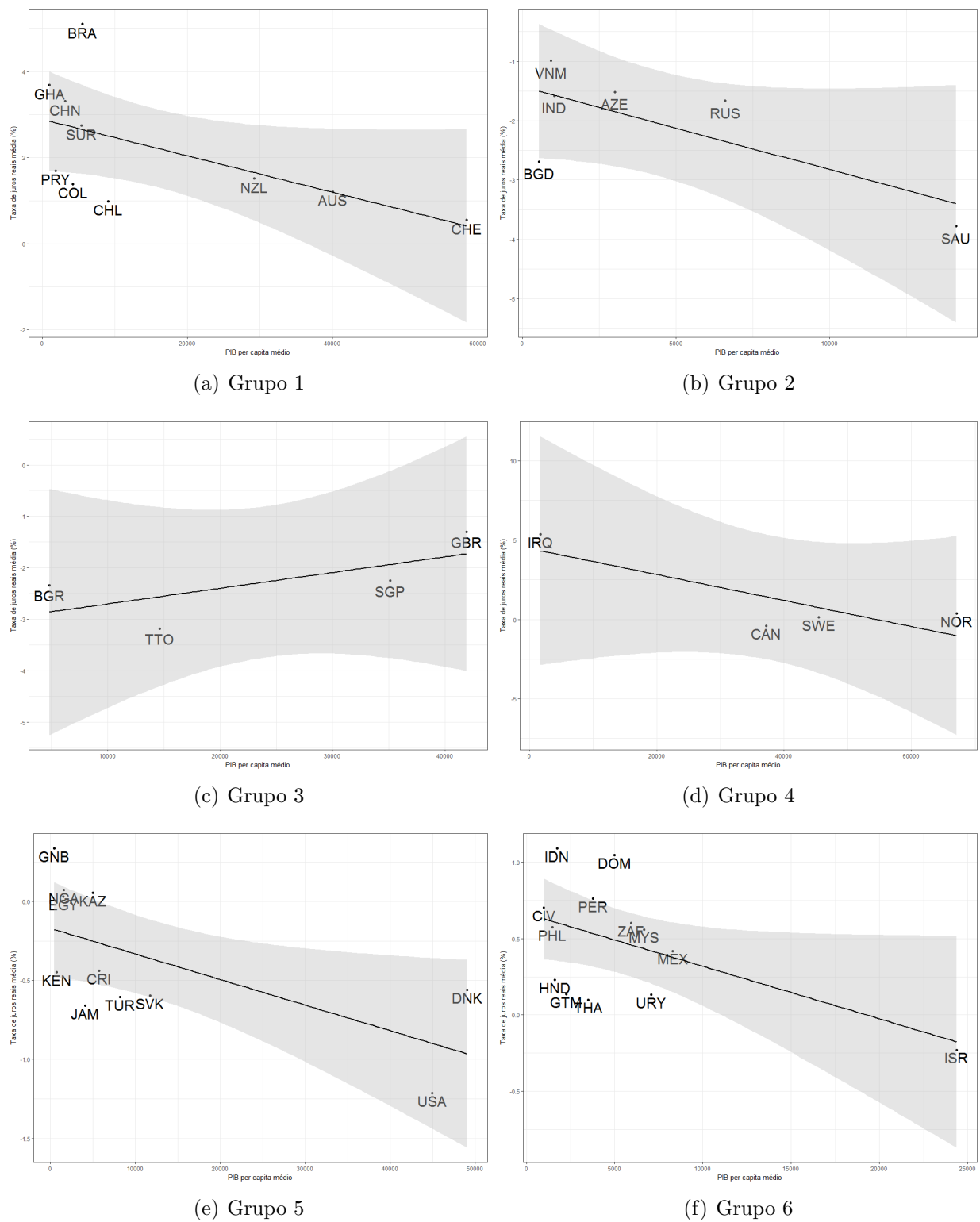


Figura 20: Relação entre o PIB *per capita* e a taxa de juros reais, para cada grupo de eficiência

A Figura 21 apresenta a relação entre a taxa de desemprego média e a taxa de juros reais média, no período analisado, para cada um dos grupos de eficiência encontrados após implementação dos métodos de análise de eficiência.

Nota-se que, dos países do grupo 1, a Colômbia é o país que apresenta a maior taxa de desemprego e a Suíça apresenta a menor taxa. Dos países que apresentam taxa de juros reais média próxima a do Brasil, a Suriname é o país que apresenta maior desempregabilidade, sendo seguido pelo Brasil. Entretanto, ambos países não se diferenciam tanto com relação à taxa de desemprego, que encontra-se entre 6,5% e 7,5%.

Dos países do grupo 2, o Vietnã, apesar de possuir a maior taxa de juros, apresenta uma taxa de desemprego muito baixa quando comparada aos demais países. A Rússia apresenta a maior taxa de desemprego, sendo maior que 6%, e a Arábia Saudita e o Azerbaijão aparecem logo em seguida, apresentando taxa de desemprego bem próxima entre eles.

Dos países do grupo 3, a Bulgária é o país de maior taxa de desemprego, sendo a única acima de 7%. A Singapura apresenta a menor taxa de desemprego do grupo, sendo quase cinco vezes menor que taxa da Bulgária e, quando comparada à Trindade e Tobago, país que apresenta a segunda menor taxa de desemprego, é duas vezes menor.

Com base nessa relação e observando-se os países do grupo 4, o Iraque destaca-se negativamente, pois apresenta uma taxa de desemprego altíssima, sendo maior que 15%, e uma taxa de juros reais média bem alta também. Sendo, inclusive, duas vezes maior que a taxa de desemprego da Suécia e do Canadá, que apresentam taxas bem próximas entre si. Enquanto isso, a Noruega apresenta uma taxa de desemprego bem menor, em torno de 3%.

Observando-se o grupo 5, tem-se a Eslováquia, a Jamaica e o Quênia apresentando as maiores taxas de desemprego do grupo, todas em torno dos 12%. Nota-se que, apesar de apresentar a maior taxa de juros reais média, a Guiné-Bissau é o país que apresenta a menor taxa de desemprego, sendo a única que está abaixo de 2,5%.

Dos países do grupo 6, a África do Sul aparece distoando bastante dos demais países nessa relação, devido apresentar uma taxa de desemprego altíssima, de quase 25%, sendo, inclusive, bem maior que a do Iraque, que está presente no grupo 4. Com exceção apenas da África do Sul, os países desse grupo apresentam taxa de desemprego abaixo de 10% e a Tailândia aparece como o país que existe menor desempregabilidade. Pode-se notar que Indonésia e Israel apresentam taxas de desemprego médias bem próximas, porém a

Indonésia apresenta a maior taxa de juros de todo o grupo, enquanto que Israel apresenta a menor.

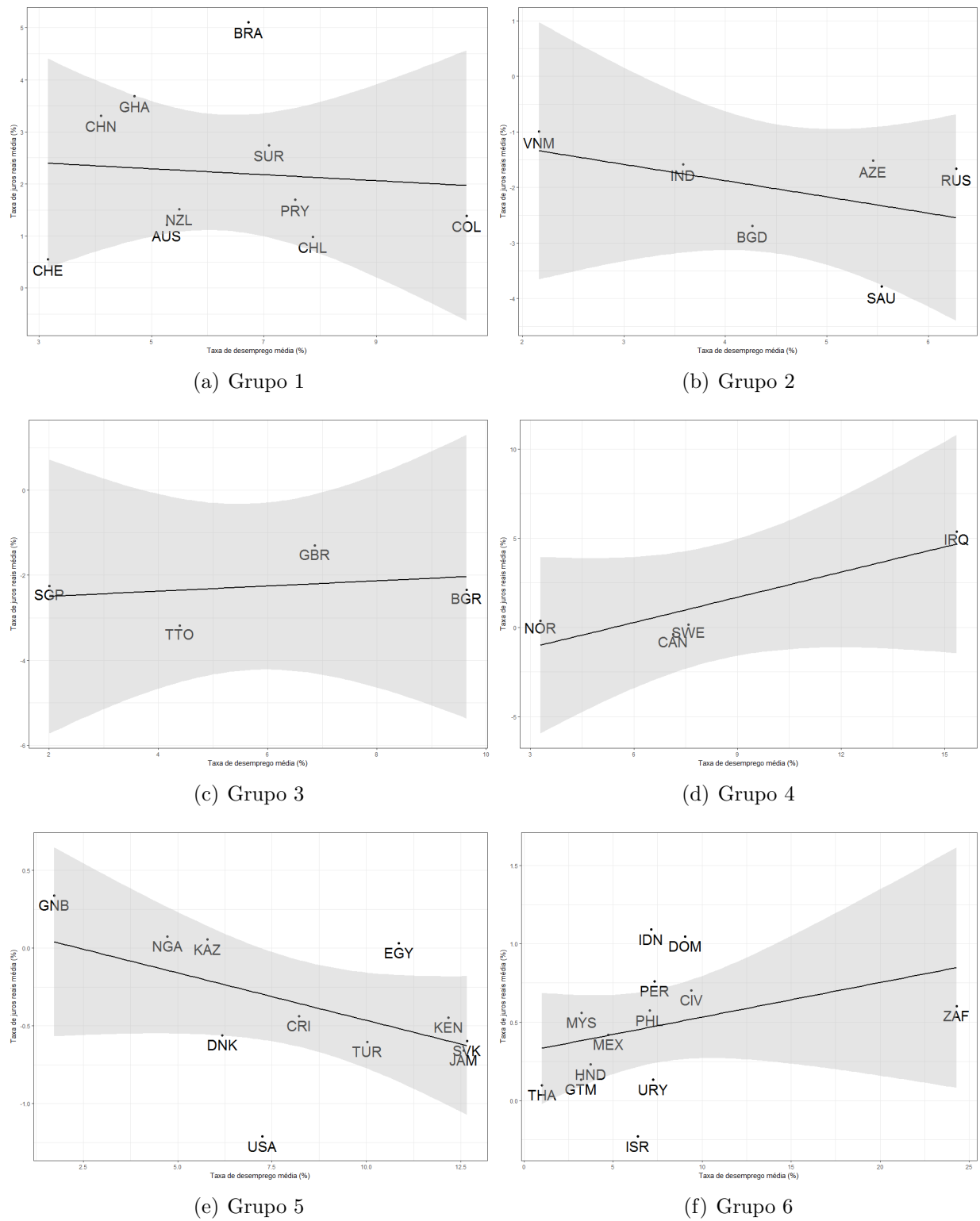


Figura 21: Relação entre a taxa de desemprego e a taxa de juros reais, para cada grupo de eficiência

5 Conclusão

Neste trabalho, procurou-se utilizar métodos de análise de performances para “medir” a eficiência de cada um dos países, objetivando fazer uma comparação do Brasil com os demais países, relacionado-se um índice de risco à taxa de juros reais. Para isso, foram construídos *rankings*, obtidos com base nos resultados das metodologias empregadas. Para fins de comparação entre os países, foram implementados os métodos de Análise Envolvente de Dados (DEA), Análise da Fronteira Estocástica (SFA) e Regressão Quantílica.

O método DEA foi implementado levando-se em consideração que foram assumidos diferentes retornos à escala, com o objetivo de observar as fronteiras geradas e o conjunto de países eficientes compreendidos pelas devidas fronteiras. Por fim, optou-se por utilizar o método DEA em que foram assumidos menos pressupostos com respeito aos retornos à escala, ou seja, essa metodologia foi implementada baseando-se na restrição FDH (do inglês, *Free Disposability Hull*) dos retornos à escala, a qual não assume o pressuposto de convexidade e abrange mais países na fronteira de eficiência.

O método SFA foi implementado assumindo-se que o termo de ineficiência possui uma distribuição *half-normal*, que as estimativas de eficiência de uma fronteira de componentes de erro são invariantes no tempo e que o modelo inclui o intercepto. Com base nesses pressupostos, foram observadas as fronteiras de produção, uma ajustada aos dados originais e outra ajustada ao modelo em que foi aplicado o logaritmo no índice de risco médio e na taxa de juros reais média, ambas estimadas com base no método de estimação por máxima verossimilhança. Depois foram encontradas as medidas de eficiência individuais dos países, assim como feito no método DEA.

Para a implementação da metodologia de Regressão Quantílica foi utilizado um método não-paramétrico, estimando-se as curvas com base na incrementação de um termo de suavização, através da utilização de *B-splines* com penalidades de diferença. Para obter uma ordenação mais precisa dos países, foram estimadas 999 curvas de quantis, correspondentes aos quantis 0,1%, 0,2%, ..., 99,8%, 99,9%.

Com base nas medidas de eficiência encontradas através dos métodos DEA e SFA e na ordenação obtida baseando-se nas curvas de quantis associadas à cada um dos países no método de Regressão Quantílica, foram construídos os *rankings* individuais a cada uma das metodologias. Com isso, foi visto que o Brasil é considerado o mais eficiente, devido a ocupar a primeira posição do *ranking* independente do método implementado, e, analogamente, foi visto que a Arábia Saudita é considerada o país mais ineficiente, devido a ocupar a última posição do *ranking*. Ressaltando que, devido à taxa de juros reais elevada ser indesejável, um país considerado eficiente em uma análise de eficiência é, na realidade, compreendido como um país ineficiente.

Posteriormente, realizou-se uma análise de cluster hierárquico como um mecanismo para agrupar os países que ocupam posições semelhantes nos *rankings* e, em seguida, comparou-se os países de cada grupo com relação a alguns fatores econômicos. Com isso foi visto que, dos países que se assemelham ao Brasil em questão de eficiência, o Brasil é o que apresenta a maior taxa de juros reais média, sendo seguido por Gana, China e Suriname, os quais são considerados países mais arriscados quando comparados ao Brasil. Gana e Paraguai são os países que mais se assemelham ao Brasil em relação às taxas de inflação e desemprego. Com relação ao PIB médio, o Brasil apresenta o segundo maior do grupo, estando mais próximo ao da Austrália, um país de economia avançada, porém, quando comparam-se os países com relação ao PIB *per capita* médio, é evidenciada a realidade dos países, tal que o Brasil aparece mais próximo aos países de economia emergente e em desenvolvimento e os países de economia avançada (Suíça, Austrália e Nova Zelândia) se destacam, apresentando os maiores PIB *per capita* médio.

Com relação às metodologias implementadas, foi visto que na DEA, dependendo dos pressupostos adotados quanto aos retornos à escala, é possível gerar diferentes fronteiras, consequentemente levando-se a conclusões diferentes, tal que os países sobre a fronteira de eficiência ocupam a mesma posição no *ranking*. O método SFA é condicionado a assumirem-se fortes pressuposições quanto às distribuições do termo de erro aleatório e do termo de ineficiência e, com base nas medidas de eficiência, foi possível construir um *ranking* mais preciso, sem países ocupando uma mesma posição. Quanto ao método de Regressão Quantílica, o modelo linear não se ajustou bem aos dados, devido às retas de alguns quantis se cruzarem, dificultando a ordenação dos países. Portanto, visando solucionar esse problema, optou-se por utilizar um método não-parâmetro incrementando-se um termo de suavização. Para obter uma ordenação mais precisa nessa metodologia, foi necessário estimar uma grande quantidade de curvas de quantis de maneira que, preferencialmente, apenas um país estivesse associado à uma determinada curva de quantil.

Referências

- [1] REIS, T. B. *Why are policy real interest rates so high in Brazil? An analysis of the determinants of the Central Bank of Brazil's real interest rate.* [S.l.], 2016.
- [2] REINHART, C. M.; ROGOFF, K. S. *Serial default and the "paradox" of rich to poor capital flows.* [S.l.], 2004.
- [3] LANDAJO, M.; ANDRÉS, J. D.; LORCA, P. Measuring firm performance by using linear and non-parametric quantile regressions. *Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics)*, Wiley Online Library, v. 57, n. 2, p. 227–250, 2008.
- [4] SEGURA-UBIERGO, M. A. *The puzzle of Brazil's high interest rates.* [S.l.]: International Monetary Fund, 2012.
- [5] GLOSTEN, L. R.; JAGANNATHAN, R.; RUNKLE, D. E. On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *The journal of finance*, Wiley Online Library, v. 48, n. 5, p. 1779–1801, 1993.
- [6] LUNDBLAD, C. The risk return tradeoff in the long run: 1836–2003. *Journal of Financial Economics*, Elsevier, v. 85, n. 1, p. 123–150, 2007.
- [7] GHYSELS, E.; SANTA-CLARA, P.; VALKANOV, R. There is a risk-return trade-off after all. *Journal of Financial Economics*, Elsevier, v. 76, n. 3, p. 509–548, 2005.
- [8] BADOI, A. C. Risk return efficiency: Adata envelopment analysis on the cross section of stock returns. 2016.
- [9] HUA, C.; LIU, L.-G. Risk-return efficiency, financial distress risk, and bank financial strength ratings. 2010.
- [10] CHARNES, A.; COOPER, W. W.; RHODES, E. Measuring the efficiency of decision making units. *European journal of operational research*, Elsevier, v. 2, n. 6, p. 429–444, 1978.
- [11] COOPER, W. W.; SEIFORD, L. M.; TONE, K. *Data Envelopment Analysis.* 2. ed. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2006.
- [12] AIGNER, D.; LOVELL, C. K.; SCHMIDT, P. Formulation and estimation of stochastic frontier production function models. *Journal of econometrics*, Elsevier, v. 6, n. 1, p. 21–37, 1977.
- [13] MEEUSEN, W.; BROECK, J. van D. Efficiency estimation from cobb-douglas production functions with composed error. *International economic review*, JSTOR, p. 435–444, 1977.

- [14] KOENKER, R.; JR, G. B. Regression quantiles. *Econometrica: journal of the Econometric Society*, JSTOR, p. 33–50, 1978.

APÊNDICE A – Ranking dos países via DEA

Tabela 2: Ordenação dos países via implementações do método DEA

País	FDH	VRS	DRS	CRS	IRS	IRS2	ADD	FDH+
AUS	1	4	4	2	2	2	4	1
AZE	40	38	42	42	36	36	40	40
BGD	47	48	47	47	48	48	47	48
BRA	1	1	1	5	6	6	8	1
BGR	31	24	43	43	17	17	30	32
CAN	1	1	1	1	1	1	1	1
CHL	13	10	10	8	9	9	6	11
CHN	11	11	11	10	11	11	12	9
COL	16	16	15	17	23	23	21	18
CRI	39	36	32	29	33	33	39	35
CIV	30	32	27	33	37	37	32	26
DNK	34	27	25	19	22	22	34	29
DOM	24	21	20	23	28	28	24	21
EGY	35	40	35	36	42	42	35	41
GHA	12	8	8	9	10	10	11	10
GTM	26	34	29	30	34	34	26	23
GNB	38	43	37	40	46	46	38	36
HND	27	35	30	31	35	35	27	25
IND	43	42	44	44	41	41	43	45
IDN	22	18	17	22	27	27	22	20
IRQ	1	1	1	13	14	14	23	12
ISR	19	28	22	21	25	25	14	30
JAM	41	39	36	35	38	38	41	39
KAZ	32	37	33	34	39	39	31	38
KEN	44	45	40	38	43	43	44	43
MYS	15	15	14	12	13	13	10	13
MEX	17	17	16	16	20	20	15	17
NZL	1	6	6	7	8	8	7	8
NGA	37	44	38	39	45	45	37	44
NOR	1	5	5	3	3	3	1	5
PRY	8	14	13	14	18	18	17	16
PER	20	20	19	20	24	24	16	19
PHL	23	29	23	27	31	31	24	24
RUS	46	47	45	45	47	47	46	47
SAU	48	33	48	48	29	29	48	37
SGP	14	13	28	24	5	5	9	14
SVK	33	26	24	18	21	21	33	27
ZAF	21	25	21	25	30	30	19	22
SUR	8	12	12	11	12	12	17	6
SWE	1	7	7	4	4	4	1	4
CHE	10	9	9	6	7	7	5	7
THA	25	31	26	28	32	32	20	34
TTO	29	23	46	46	16	16	29	31
TUR	42	41	39	37	40	40	42	42
GBR	28	22	31	26	15	15	28	28
USA	36	30	34	32	26	26	36	33
URY	18	19	18	15	19	19	13	15
VNM	45	46	41	41	44	44	45	46

APÊNDICE B – Ranking dos países via SFA

Tabela 3: Ordenação dos países via implementação do método SFA

País	<i>Ranking</i>	País	<i>Ranking</i>
AUS	6	KEN	35
AZE	41	MYS	17
BGD	46	MEX	19
BRA	1	NZL	7
BGR	45	NGA	31
CAN	15	NOR	12
CHL	9	PRY	8
CHN	4	PER	18
COL	10	PHL	21
CRI	34	RUS	43
CIV	22	SAU	48
DNK	32	SGP	44
DOM	16	SVK	33
EGY	30	ZAF	20
GHA	3	SUR	5
GTM	26	SWE	14
GNB	29	CHE	11
HND	24	THA	25
IND	42	TTO	47
IDN	13	TUR	36
IRQ	2	GBR	38
ISR	27	USA	39
JAM	37	URY	23
KAZ	28	VNM	40

APÊNDICE C – Ranking dos países via Regressão Quantílica

Tabela 4: Ordenação dos países via implementação do método de Regressão Quantílica

País	<i>Ranking</i>	País	<i>Ranking</i>
AUS	5	KEN	36
AZE	43	MYS	15
BGD	47	MEX	17
BRA	1	NZL	3
BGR	42	NGA	31
CAN	24	NOR	14
CHL	8	PRY	7
CHN	4	PER	13
COL	9	PHL	21
CRI	34	RUS	46
CIV	16	SAU	48
DNK	29	SGP	40
DOM	12	SVK	32
EGY	33	ZAF	18
GHA	2	SUR	6
GTM	24	SWE	20
GNB	24	CHE	11
HND	22	THA	28
IND	44	TTO	45
IDN	10	TUR	38
IRQ	19	GBR	35
ISR	24	USA	37
JAM	39	URY	23
KAZ	30	VNM	41

APÊNDICE D – Classificação dos Países

Tabela 5: Classificação dos países quanto às suas economias, localização e siglas

País	Sigla	Classificação 1	Classificação 2
Australia	AUS	Economia Avançada	
Azerbaijan	AZE	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	Europa
Bangladesh	BGD	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	Ásia Emergente e em Desenvolvimento
Brazil	BRA	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	Hemisfério Ocidental
Bulgaria	BGR	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	Europa
Canada	CAN	Economia Avançada	
Chile	CHL	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	Hemisfério Ocidental
China, P.R.: Mainland	CHN	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	Ásia Emergente e em Desenvolvimento
Colombia	COL	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	Hemisfério Ocidental
Costa Rica	CRI	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	Hemisfério Ocidental
Cote d'Ivoire	CIV	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	África Subsaariana
Denmark	DNK	Economia Avançada	
Dominican Republic	DOM	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	Hemisfério Ocidental
Egypt	EGY	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	Oriente Médio, África do Norte, Afeganistão e Paquistão
Ghana	GHA	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	África Subsaariana
Guatemala	GTM	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	Hemisfério Ocidental
Guinea-Bissau	GNB	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	África Subsaariana
Honduras	HND	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	Hemisfério Ocidental
India	IND	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	Ásia Emergente e em Desenvolvimento
Indonesia	IDN	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	Ásia Emergente e em Desenvolvimento
Iraq	IRQ	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	Oriente Médio, África do Norte, Afeganistão e Paquistão
Israel	ISR	Economia Avançada	
Jamaica	JAM	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	Hemisfério Ocidental
Kazakhstan	KAZ	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	Europa
Kenya	KEN	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	África Subsaariana
Malaysia	MYS	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	Ásia Emergente e em Desenvolvimento
Mexico	MEX	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	Hemisfério Ocidental
New Zealand	NZL	Economia Avançada	
Nigeria	NGA	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	África Subsaariana
Norway	NOR	Economia Avançada	
Paraguay	PRY	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	Hemisfério Ocidental
Peru	PER	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	Hemisfério Ocidental
Philippines	PHL	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	Ásia Emergente e em Desenvolvimento
Russia	RUS	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	Europa
Saudi Arabia	SAU	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	Oriente Médio, África do Norte, Afeganistão e Paquistão
Singapore	SGP	Economia Avançada	
Slovak Republic	SVK	Economia Avançada	Euro Area
South Africa	ZAF	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	África Subsaariana
Suriname	SUR	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	Hemisfério Ocidental
Sweden	SWE	Economia Avançada	
Switzerland	CHE	Economia Avançada	
Thailand	THA	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	Ásia Emergente e em Desenvolvimento
Trinidad and Tobago	TTO	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	Hemisfério Ocidental
Turkey	TUR	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	Europa
United Kingdom	GBR	Economia Avançada	
United States	USA	Economia Avançada	
Uruguay	URY	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	Hemisfério Ocidental
Vietnam	VNM	Economias Emergentes e em Desenvolvimento	Ásia Emergente e em Desenvolvimento

APÊNDICE E – Estatísticas Sumárias (Desemprego)

Tabela 6: Estatísticas Sumárias da variável Desemprego

País	Mínimo	1º Quartil	Mediana	Média	3º Quartil	Máximo	NA's
AUS	4,234	5,081	5,221	5,275	5,656	6,074	-
AZE	4,879	5,060	5,522	5,457	5,713	6,300	-
BGD	3,379	3,902	4,426	4,268	4,713	5,000	6
BRA	4,850	5,492	6,742	6,727	7,890	9,290	-
BGR	5,600	6,900	10,300	9,644	11,400	13,000	-
CAN	6,000	6,900	7,100	7,133	7,500	8,300	-
CHL	6,214	6,659	7,344	7,871	8,427	11,313	-
CHN	4,048	4,050	4,080	4,103	4,100	4,300	-
COL	8,953	9,696	10,876	10,609	11,273	12,066	-
CRI	4,600	7,300	9,300	8,220	9,613	10,194	-
CIV	9,400	9,400	9,400	9,400	9,400	9,400	8
DNK	3,400	6,000	6,600	6,178	7,500	7,600	-
DOM	5,021	5,920	6,496	9,037	14,100	15,600	-
EGY	8,700	8,995	10,687	10,860	12,743	13,220	1
GHA	4,200	4,450	4,700	4,700	4,950	5,200	7
GTM	2,500	2,880	2,950	3,190	3,553	4,130	3
GNB	1,630	1,637	1,730	1,728	1,820	1,820	5
HND	2,900	3,150	3,605	3,735	4,277	4,800	3
IND	3,550	3,568	3,586	3,586	3,604	3,623	7
IDN	5,940	6,128	7,140	7,135	7,873	9,106	-
IRQ	15,340	15,340	15,340	15,340	15,340	15,340	8
ISR	5,275	5,950	6,250	6,398	6,867	7,544	-
JAM	9,745	11,362	12,700	12,577	13,750	15,249	-
KAZ	4,980	5,189	5,391	5,792	6,557	7,271	-
KEN	12,170	12,170	12,170	12,170	12,170	12,170	8
MYS	2,889	3,086	3,183	3,214	3,320	3,618	-
MEX	3,645	4,336	4,923	4,721	5,194	5,379	-
NZL	3,675	5,300	5,800	5,496	6,145	6,407	-
NGA	1,900	2,200	4,800	4,720	7,100	7,600	4
NOR	2,500	3,200	3,300	3,300	3,500	4,400	-
PRY	6,848	7,135	7,633	7,561	8,058	8,081	3
PER	5,947	6,439	7,750	7,338	8,377	8,421	-
PHL	6,275	7,000	7,100	7,059	7,350	7,470	-
RUS	5,158	5,500	6,125	6,277	6,633	8,370	-
SAU	5,080	5,485	5,560	5,540	5,723	5,770	1
SGP	1,687	1,708	1,871	2,009	2,178	2,853	-
SVK	9,600	11,500	13,200	12,670	14,000	14,500	-
ZAF	22,300	23,700	24,730	24,290	24,900	25,350	-
SUR	4,840	6,415	7,250	7,090	7,925	9,020	5
SWE	6,117	7,400	7,933	7,581	8,000	8,575	-
CHE	2,560	2,905	3,158	3,157	3,178	3,849	-
THA	0,660	0,730	0,880	1,006	1,359	1,494	-
TTO	2,426	3,590	4,700	4,388	5,250	5,925	-
TUR	8,433	9,142	9,958	10,029	10,300	13,042	-
GBR	5,333	5,688	7,586	6,859	7,880	8,096	-
USA	4,600	5,800	7,400	7,244	8,900	9,600	-
URY	6,318	6,587	7,158	7,248	7,703	9,235	-
VNM	1,761	1,911	2,076	2,167	2,453	2,640	1

APÊNDICE F – Estatísticas Sumárias (Inflação)

Tabela 7: Estatísticas Sumárias da variável Inflação

País	Mínimo	1º Quartil	Mediana	Média	3º Quartil	Máximo	NA's
AUS	0,015	0,018	0,024	0,025	0,028	0,043	-
AZE	0,010	0,014	0,040	0,067	0,078	0,208	-
BGD	0,054	0,062	0,075	0,076	0,089	0,107	-
BRA	0,036	0,050	0,056	0,058	0,063	0,090	-
BGR	-0,014	0,008	0,027	0,036	0,042	0,123	-
CAN	0,003	0,011	0,017	0,016	0,021	0,029	-
CHL	0,014	0,020	0,031	0,030	0,040	0,044	3
CHN	-0,007	0,020	0,026	0,030	0,047	0,058	-
COL	0,020	0,028	0,034	0,039	0,050	0,070	-
CRI	0,008	0,045	0,052	0,062	0,078	0,134	-
CIV	0,004	0,012	0,013	0,023	0,025	0,063	-
DNK	0,004	0,007	0,017	0,017	0,023	0,034	-
DOM	0,008	0,030	0,048	0,050	0,063	0,106	-
EGY	0,071	0,094	0,101	0,108	0,112	0,183	-
GHA	0,087	0,107	0,116	0,132	0,165	192	-
GTM	0,018	0,034	0,038	0,048	0,062	0,113	-
GNB	-0,016	0,012	0,021	0,026	0,046	0,104	-
HND	0,031	0,051	0,054	0,061	0,067	0,114	-
IND	0,049	0,066	0,088	0,086	0,108	0,119	-
IDN	0,042	0,051	0,063	0,061	0,064	0,097	-
IRQ	-0,100	0,018	0,028	0,033	0,060	0,126	-
ISR	-0,006	0,005	0,017	0,019	0,033	0,045	-
JAM	0,036	0,075	0,093	0,099	0,095	0,220	-
KAZ	0,051	0,066	0,071	0,083	0,083	0,171	-
KEN	0,039	0,065	0,092	0,102	0,097	0,262	-
MYS	0,005	0,017	0,020	0,024	0,031	0,054	-
MEX	0,027	0,038	0,040	0,040	0,041	0,053	-
NZL	0,003	0,009	0,021	0,020	0,023	0,044	-
NGA	0,053	0,084	0,108	0,100	0,115	0,137	-
NOR	0,007	0,013	0,021	0,019	0,021	0,037	-
PRY	0,026	0,031	0,046	0,053	0,081	0,101	-
PER	0,015	0,028	0,032	0,031	0,035	0,057	-
PHL	0,014	0,029	0,037	0,039	0,042	0,082	-
RUS	0,050	0,068	0,084	0,094	0,116	0,155	-
SAU	0,021	0,028	0,041	0,046	0,053	0,098	-
SGP	-0,004	0,010	0,023	0,027	0,045	0,065	-
SVK	-0,003	0,009	0,016	0,020	0,036	0,046	-
ZAF	0,042	0,050	0,057	0,063	0,071	0,115	-
SUR	-0,001	0,033	0,064	0,069	0,069	0,177	-
SWE	-0,004	-0,0005	0,008	0,010	0,022	0,034	-
CHE	-0,011	-0,004	-0,0001	0,001	0,006	0,024	-
THA	-0,009	0,018	0,022	0,022	0,032	0,054	-
TTO	0,046	0,052	0,069	0,074	0,092	0,120	-
TUR	0,062	0,075	0,085	0,081	0,088	0,104	-
GBR	0,0004	0,021	0,025	0,025	0,032	0,044	-
USA	-0,003	0,014	0,016	0,018	0,028	0,038	-
URY	0,066	0,078	0,081	0,080	0,085	0,088	-
VNM	0,008	0,066	0,083	0,096	0,090	0,231	-

APÊNDICE G – Estatísticas Sumárias (PIB *per capita*)

Tabela 8: Estatísticas Sumárias da Variável PIB *per capita*

País	Mínimo	1º Quartil	Mediana	Média	3º Quartil	Máximo	NA's
AUS	39055	39111	40075	40036	40763	41453	-
AZE	2550	3010	3034	3007	3166	3206	-
BGD	449	489	537	542,80	592	653	-
BRA	5100	5305	5587	5541	5751	5927	-
BGR	4529	4685	4820	4837	4935	5234	-
CAN	35577	37000	37136	37198	37777	38357	-
CHL	8307	8487	9098	9106	9763	9965	-
CHN	2252	2674	3203	3197	3687	4187	-
COL	3767	3874	4202	4211	4495	4747	-
CRI	5297	5468	5707	5727	5966	6233	-
CIV	885	940	949	985,10	1019	1154	-
DNK	47496	48465	48715	49065	49929	50725	-
DOM	4485	4563	4929	4980	5169	5795	-
EGY	1393	1507	1545	1520	1548	1576	-
GHA	833	906	1060	1042	1184	1221	-
GTM	2195	2210	2253	2271	2308	2404	-
GNB	406	414	423	423,90	432	447	-
HND	1521	1552	1587	1607	1649	1713	-
IND	826	904	1035	1032	1136	1279	-
IDN	1470	1588	1745	1750	1903	2043	-
IRQ	1425	1524	1668	1758	2007	2211	-
ISR	23000	23226	24518	24377	25347	25986	-
JAM	4003	4020	4056	4099	4080	4340	-
KAZ	4371	4472	5011	4962	5390	5528	-
KEN	640	656	703	700,70	736	777	-
MYS	6013	6209	6584	6673	7050	7622	-
MEX	7747	8220	8283	8280	8434	8607	-
NZL	28049	28310	28837	29217	29685	31127	-
NGA	1384	1492	1599	1579	1665	1724	-
NOR	65886	66523	66828	67085	67315	68986	-
PRY	1609	1697	1801	1846	2026	2130	-
PER	3138	3382	3791	3765	4150	4274	-
PHL	1300	1334	1438	1479	1591	1734	-
RUS	6079	6351	6620	6599	6849	6979	-
SAU	13055	13345	14318	14130	14767	15146	-
SGP	30840	31978	36106	35121	37627	38228	-
SVK	10881	11420	11732	11746	12086	12855	-
ZAF	5715	5817	5937	5936	6073	6126	-
SUR	4866	5103	5534	5394	5657	5769	-
SWE	42682	45146	45392	45426	46011	47635	-
CHE	57111	58335	58435	58477	59038	59167	-
THA	3158	3207	3428	3489	3745	3853	-
TTO	14460	14573	14576	14611	14617	14829	-
TUR	7265	7774	8361	8166	8581	8898	-
GBR	40286	41055	41865	41927	42898	43591	-
USA	43171	44230	44868	44944	45356	46876	-
URY	5766	6398	7204	7066	7754	8028	-
VNM	770	841	931	931,90	1010	1116	-

APÊNDICE H – Estatísticas Sumárias (Taxa de Juros Reais)

Tabela 9: Estatísticas Sumárias da Variável Taxa de Juros Reais

País	Mínimo	1º Quartil	Mediana	Média	3º Quartil	Máximo	NA's
AUS	-0,110	0,045	0,950	1,210	1,901	4,424	-
AZE	-12,800	-2,664	-1,023	-1,514	2,129	3,989	-
BGD	-5,700	-3,900	-2,526	-2,688	-1,224	-0,414	-
BRA	1,849	3,870	5,229	5,103	5,708	8,081	-
BGR	-6,576	-3,816	-2,258	-2,344	-0,865	1,433	-
CAN	-1,910	-0,872	-0,626	-0,386	-0,046	2,115	-
CHL	-1,402	-0,321	1,810	0,987	1,970	2,7151	3
CHN	2,911	3,243	3,364	3,310	3,432	3,601	5
COL	-0,699	0,749	1,225	1,387	1,624	3,9638	-
CRI	-3,836	-1,468	0,490	-0,437	0,836	1,453	-
CIV	-2,555	-0,078	1,355	0,702	2,025	2,227	-
DNK	-2,193	-1,551	-0,400	-0,560	-0,326	2,288	-
DOM	-1,660	-1,146	1,303	1,047	2,555	4,168	-
EGY	-1,110	-0,665	-0,398	0,030	-0,300	2,625	4
GHA	-1,248	2,769	3,770	3,684	5,501	8,855	-
GTM	-4,105	-0,320	0,612	0,134	0,654	2,648	-
GNB	-6,707	-1,363	0,877	0,337	1,288	4,903	-
HND	-3,656	-0,989	0,565	0,229	1,801	3,098	-
IND	-6,128	-3,399	-1,315	-1,582	1,347	1,841	-
IDN	-0,523	1,082	1,351	1,090	1,478	1,684	-
IRQ	-0,086	0,200	3,119	5,362	4,120	30,070	-
ISR	-2,331	-0,710	-0,520	-0,229	0,289	3,486	-
JAM	-9,361	-2,540	-0,650	-0,659	1,576	7,424	-
KAZ	-6,655	-0,850	-0,310	0,054	0,230	9,353	-
KEN	-17,750	-1,006	1,628	-0,447	2,774	4,914	-
MYS	-2,197	0,075	1,041	0,559	1,352	1,474	-
MEX	-1,017	-0,430	0,367	0,419	0,671	3,119	1
NZL	-1,930	0,698	1,199	1,514	2,165	5,870	-
NGA	-7,463	-1,826	1,160	0,075	3,525	4,935	-
NOR	-1,423	-0,627	-0,396	0,372	0,450	5,517	-
PRY	-1,000	1,726	1,823	1,695	2,619	3,309	4
PER	-1,676	0,277	0,706	0,761	1,181	3,222	-
PHL	-2,712	-0,143	0,369	0,573	1,038	3,937	1
RUS	-5,669	-4,523	-2,992	-1,665	-1,240	9,165	-
SAU	-8,374	-5,090	-3,258	-3,780	-2,411	-0,167	-
SGP	-6,070	-4,352	-2,171	-2,253	-0,319	1,726	-
SVK	-2,858	-1,572	-0,509	-0,596	0,465	1,493	5
ZAF	-0,750	-0,318	-0,036	0,601	1,246	3,901	-
SUR	-8,710	2,060	3,988	2,746	6,611	9,160	-
SWE	-1,435	-0,653	0,246	0,146	1,048	1,286	-
CHE	-1,432	0,055	0,471	0,550	0,938	2,515	-
THA	-2,713	-0,560	0,061	0,098	1,009	2,398	-
TTO	-6,796	-4,100	-2,442	-3,185	-2,069	0,089	1
TUR	-6,935	-3,894	-1,350	-0,603	0,247	7,202	-
GBR	-3,980	-2,323	-1,663	-1,305	-0,961	3,184	-
USA	-3,713	-1,939	-1,503	-1,212	0,255	1,394	-
URY	-0,863	-0,178	0,374	0,132	0,660	0,895	-
VNM	-12,863	-1,813	0,138	-0,991	0,949	5,615	-

APÊNDICE I – Estatísticas Sumárias (Índice de Risco)

Tabela 10: Estatísticas Sumárias da Variável Índice de Risco

País	Mínimo	1º Quartil	Mediana	Média	3º Quartil	Máximo	NA's
AUS	86	87	87	87,22	88	88	-
AZE	71	72	73	73,22	74	76	-
BGD	54	59	59	58,89	60	62	-
BRA	70	71	73	73,56	76	77	-
BGR	80	82	83	82,67	83	84	-
CAN	92	93	94	93,89	95	96	-
CHL	81	82	83	83	84	85	-
CHN	69	70	70	69,89	70	70	-
COL	64	66	70	70,33	74	78	-
CRI	73	74	75	75,11	76	77	-
CIV	58	61	66	63,89	67	68	-
DNK	78	79	82	80,89	82	83	-
DOM	66	68	70	69,44	70	72	-
EGY	58	59	65	63,67	67	67	-
GHA	67	69	70	69,33	70	71	-
GTM	69	70	70	70,67	71	73	-
GNB	51	52	54	53,78	56	56	-
HND	67	68	69	68,67	69	70	-
IND	66	68	68	68,22	69	70	-
IDN	67	69	70	70,11	72	73	-
IRQ	48	51	56	54,22	58	58	-
ISR	75	78	79	78,89	81	82	-
JAM	68	70	70	71,11	71	76	-
KAZ	63	65	67	66,78	68	70	-
KEN	66	67	67	67,33	68	70	-
MYS	78	78	79	79	80	80	-
MEX	74	74	77	77,22	80	81	-
NZL	80	82	83	82,67	83	86	-
NGA	57	58	58	58,22	59	59	-
NOR	87	87	88	88,33	89	91	-
PRY	67	71	72	71,67	73	76	-
PER	67	69	72	73	78	79	-
PHL	66	66	68	69,44	73	73	-
RUS	52	60	62	61,22	64	68	-
SAU	76	77	78	77,78	78	79	-
SGP	89	89	90	90,11	91	92	-
SVK	78	79	81	81,33	83	86	-
ZAF	68	69	70	71	72	77	-
SUR	67	70	73	71,67	73	75	-
SWE	87	88	89	88,67	89	91	-
CHE	85	86	86	86	86	87	-
THA	69	70	72	72,78	76	77	-
TTO	80	83	83	82,78	83	84	-
TUR	65	68	70	69,33	72	73	-
GBR	80	80	80	83	86	89	-
USA	76	79	79	79,78	80	84	-
URY	77	77	80	79,22	81	81	-
VNM	64	65	68	67,22	69	71	-