

Gabriel Herculano Varanda

**Modelagem das taxas de óbitos por
acidentes de transportes nas Unidades
Federativas do Brasil**

Niterói - RJ, Brasil

08 de fevereiro de 2021

Gabriel Herculano Varanda

**Modelagem das taxas de óbitos por
acidentes de transportes nas
Unidades Federativas do Brasil**

Trabalho de Conclusão de Curso

Monografia apresentada para obtenção do grau de Bacharel em
Estatística pela Universidade Federal Fluminense.

Orientador(a): Prof^ª. Dr^ª. Patrícia Lusié Velozo da Costa

Niterói - RJ, Brasil

08 de fevereiro de 2021

Gabriel Herculano Varanda

**Modelagem das taxas de óbitos por
acidentes de transportes nas Unidades
Federativas do Brasil**

Monografia de Projeto Final de Graduação sob o título
*“Modelagem das taxas de óbitos por acidentes de transportes
nas Unidades Federativas do Brasil”*, defendida por Gabriel
Herculano Varanda e aprovada em 08 de fevereiro de 2021, na
cidade de Niterói, no Estado do Rio de Janeiro, pela banca
examinadora constituída pelos professores:

Prof^a. Dr^a. Patrícia Lusié Velozo da Costa
Departamento de Estatística – UFF

Prof. Dr. Rafael Santos Erbisti
Departamento de Estatística – UFF

Prof. Dr. Jony Arrais Pinto Junior
Departamento de Estatística – UFF

Niterói, 08 de fevereiro de 2021

Ficha catalográfica automática - SDC/BIME
Gerada com informações fornecidas pelo autor

V288m Varanda, Gabriel Herculano
Modelagem das taxas de óbitos por acidentes de transportes nas Unidades Federativas do Brasil / Gabriel Herculano Varanda ; Patrícia Lusié Velozo da Costa, orientadora. Niterói, 2022.
111 f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Estatística)-Universidade Federal Fluminense, Instituto de Matemática e Estatística, Niterói, 2022.

1. Transporte. 2. Regressão linear múltipla. 3. Análise espacial. 4. Inferência bayesiana. 5. Produção intelectual. I. Costa, Patrícia Lusié Velozo da, orientadora. II. Universidade Federal Fluminense. Instituto de Matemática e Estatística. III. Título.

CDD -

Resumo

Os acidentes de transporte são aqueles que envolvem equipamentos projetados ou utilizados para o transporte de bens ou pessoas, englobando os acidentes de trânsito e as demais ocorrências em via pública. Esses acidentes estão situados entre uma das principais causas de morte no Brasil, em especial entre as principais causas externas de mortalidade. Diante disto, este trabalho buscou modelar as taxas de óbitos por acidentes nas Unidades Federativas do Brasil, através da modelagem sob a perspectiva bayesiana, e considerando variáveis explicativas socioeconômicas tais como Índice de Gini e percentual da população com 25 anos ou mais que possuíam ao menos o ensino médio completo. Foram ajustados modelos sem e com estrutura espacial. Para estrutura espacial, utilizou-se o modelo Modelo Autoregressivo Condicional (CAR) proposto por Leroux, Lei e Breslow (2000). Para comparação dos modelos utilizou-se as medidas Erro Quadrático Médio (EQM) e Critério de Informação do Desvio (DIC). Os modelos CAR Leroux apresentaram melhor ajuste e maior precisão.

Palavras-chave: Acidentes de transporte. Inferência Bayesiana. Modelo de regressão linear normal. Modelagem espacial. Modelo autoregressivo condicional.

Dedicatória

Dedico este trabalho à minha mãe, por fornecer todo apoio, incentivo e condições que permitiram a conclusão dessa etapa. À ela, todo meu amor, carinho e gratidão.

Agradecimentos

Agradeço à minha família, em especial minha irmã Camila por me suportar e auxiliar em momentos críticos e meu irmão Tiago, meu eterno amigo. Agradeço também a minha namorada Deborah, minha companheira que sempre esteve ao meu lado me incentivando e acreditando em mim, inclusive em momentos que não acreditei. À você, meu amor, respeito, gratidão e admiração, pois sem você não seria possível. Agradeço aos meus tios e tias por fazerem parte da minha vida e contribuir com a minha formação pessoal, através da transmissão de princípios e valores. Agradeço às minhas avós Celi e Tereza por todo amor e carinho. Aos meus avôs Jercey e Carlos, perdidos ao decorrer desta graduação, espero que tenha trazido orgulho. Ao meu falecido padrasto, professor, que possuía vasto conhecimento e serviu de inspiração não só para a minha entrada no nível superior como a busca por conhecimento. Agradeço o amor e carinho por mim e meus irmãos e ao grande exemplo de caráter, ética, moral, integridade e profissionalismo.

Dedico meus sinceros agradecimentos à minha orientadora Patrícia, por todos os ensinamentos transmitidos, paciência, atenção e dedicação que propiciaram a conclusão deste trabalho. Um exemplo tanto profissional quanto pessoal que levarei para toda a vida. Sentirei saudades das nossas reuniões semanais.

Agradeço também aos professores Rafael e Jony, que não só contribuíram para a minha formação como fizeram parte da banca avaliadora. Agradeço pela atenção e zelo dispensados além das contribuições feitas neste trabalho e em minha vida acadêmica. Agradeço por serem grandes inspirações para todos os alunos.

Agradeço aos meus amigos de graduação Larissa E., que conheci no ensino médio e assim como eu se aventurou nessa área, Isabelle, Maqueise, Larissa P., Pedro, Felipe, que tornaram esta fase a mais agradável possível e auxiliaram no processo de aprendizagem.

Agradeço à minha sogra Lucimar e seu companheiro Celso, por toda amizade e carinho, sempre com positivismo mostrando o lado bom da vida.

Agradeço à todos os professores que compartilharam seus conhecimentos ao longo desses anos e à Universidade Federal Fluminense, pela qualidade do ensino, sua relevância e contribuição para a sociedade.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Abreviações	p. 12
1 Introdução	p. 14
1.1 Motivação	p. 14
1.2 Revisão Bibliográfica	p. 16
1.3 Objetivos	p. 18
1.4 Organização do Trabalho	p. 19
2 Materiais e Métodos	p. 20
2.1 Dados	p. 20
2.1.1 Ministério da Saúde	p. 20
2.1.2 IBGE	p. 21
2.2 Estatística espacial	p. 22
2.2.1 Análise Exploratória Espacial	p. 22
2.2.2 Modelo Autoregressivo Condicional (CAR)	p. 25
2.3 Inferência Bayesiana	p. 26
2.3.1 Distribuição <i>a priori</i>	p. 27
2.3.1.1 Distribuição <i>a priori</i> conjugada	p. 27
2.3.2 Métodos de Monte Carlo via Cadeias de Markov	p. 29

2.3.2.1	Amostrador de Gibbs	p. 29
2.3.2.2	Algoritmo de Metropolis-Hastings	p. 30
2.4	Modelo Proposto	p. 31
2.4.1	Modelo de Regressão Linear Múltiplo Independente	p. 32
2.4.2	Modelo Leroux	p. 34
2.5	Seleção do modelo	p. 38
2.5.1	Critério de Informação do Desvio (DIC)	p. 38
2.5.2	Erro Quadrático Médio (EQM)	p. 38
3	Análise dos Resultados	p. 39
3.1	Análise Descritiva	p. 39
3.2	Modelo escolhido	p. 44
4	Conclusões	p. 54
	Referências	p. 56
	Apêndice 1 – Modelos Ajustados	p. 59
1.1	Modelo de Regressão Linear Múltiplo Independente (MRLMI)	p. 59
1.2	Modelo de Regressão Linear Gaussiano Espacial (MLGE)	p. 64
	Apêndice 2 – Distribuições de Probabilidade	p. 76
2.1	Distribuição Uniforme	p. 76
2.2	Distribuição Normal univariada	p. 76
2.3	Distribuição Normal multivariada	p. 77
2.4	Distribuição Gama	p. 78
2.5	Distribuição Gama Inversa	p. 78
2.6	Distribuição Beta	p. 78
	Apêndice 3 – Código de Programação no R	p. 80

Lista de Figuras

1	Histograma e boxplot do log das taxas de óbitos por acidentes de transporte no Brasil	p. 40
2	Mapa coroplético graduado em quartis	p. 41
3	Mapa coroplético graduado em intervalos iguais	p. 42
4	Correlações entre Covariáveis e variável resposta	p. 43
5	Boxplots das Covariáveis IG e PEMC	p. 43
6	Traço das cadeias dos parâmetros β_1 , β_2 , ν^2 , ρ e τ^2 do modelo espacial escolhido	p. 47
7	Correlação das cadeias dos parâmetros β_1 , β_2 , ν^2 , ρ e τ^2 do modelo espacial escolhido	p. 47
8	Histograma das distribuições <i>a posteriori</i> dos parâmetros β_1 , β_2 , ν^2 , ρ e τ^2 do modelo espacial escolhido	p. 48
9	Traços dos efeitos espaciais do modelo espacial escolhido	p. 49
10	Correlações dos efeitos espaciais do modelo espacial escolhido	p. 50
11	Histogramas dos efeitos espaciais <i>a posteriori</i> do modelo escolhido	p. 51
12	Gráfico das médias <i>a posteriori</i> e intervalos de credibilidade dos efeitos espaciais	p. 52
13	Histograma e qqplot dos resíduos versus valores ajustados do modelo espacial escolhido	p. 52
14	Estimativas pontuais e intervalares dos parâmetros do modelo independente e do modelo espacial escolhido	p. 53
15	Traços <i>a posteriori</i> das cadeias geradas dos parâmetros do modelo independente	p. 61
16	Gráficos de autocorrelação dos parâmetros do modelo independente	p. 61

17	Histograma da distribuição <i>a posteriori</i> dos parâmetros do modelo independente	p. 63
18	Histograma e qqplot dos resíduos do modelo independente	p. 64
19	Traços <i>a posteriori</i> das cadeias geradas de ρ , τ^2 e ν^2 do modelo espacial	p. 65
20	Traços <i>a posteriori</i> das cadeias geradas de ρ , τ^2 e ν^2 do modelo espacial	p. 66
21	Gráficos de autocorrelação dos parâmetros β_1 , β_2 , β_3 e ν^2 do modelo espacial	p. 67
22	Gráfico de autocorrelação dos parâmetros ρ e τ^2 do modelo espacial . .	p. 68
23	Histograma da distribuição <i>a posteriori</i> de β_1 , β_2 , β_3 e ν^2 do modelo espacial	p. 69
24	Histograma da distribuição <i>a posteriori</i> de ρ e τ^2 do modelo espacial .	p. 70
25	Traços <i>a posteriori</i> das cadeias geradas de 16 efeitos espaciais sorteados aleatoriamente do modelo espacial	p. 71
26	Gráficos de autocorrelação dos efeitos espaciais sorteados aleatoriamente do modelo espacial	p. 72
27	Histograma da distribuição <i>a posteriori</i> dos efeitos espaciais sorteados aleatoriamente do modelo espacial	p. 73
28	Estimativas Intervalares e Pontuais dos efeitos espaciais sorteados aleatoriamente do modelo espacial	p. 74
29	Histograma e qqplot dos resíduos do modelo espacial	p. 75

Lista de Tabelas

1	Exemplos de distribuições <i>a priori</i> conjugadas	p. 28
2	Medidas resumo para a variável resposta	p. 39
3	Tabela de Comparação dos Modelos Independente	p. 44
4	Tabela de Comparação dos Modelos CAR Leroux	p. 45
5	Tabela de Estimativas pontuais e intervalares dos parâmetros do modelo escolhido	p. 46
6	Tabela de Estimativas pontuais e intervalares dos parâmetros do modelo independente	p. 62
7	Estimativas Intervalares e Pontuais dos efeitos espaciais sorteados aleatoriamente do modelo espacial	p. 69

Lista de Abreviações

C de Geary Coeficiente de Geary

CAR Modelo Autoregressivo Condicional

CID-10 Classificação Estatística Internacional de Doenças e Problemas Relacionados à Saúde

DCCP Distribuições Condicionais Completas *a posteriori*

DIC Critério de Informação do Desvio

EQM Erro Quadrático Médio

f.d.p função de densidade de probabilidade

I de Moran Índice de Moran

IBGE Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

i.i.d independentes e identicamente distribuídas

MCMC Monte Carlo via cadeias de Markov

MRLMI Modelo de Regressão Linear Múltiplo Independente

OMS Organização Mundial de Saúde

ONU Organização das Nações Unidas

SIM Sistema de Informações de Mortalidade

1 Introdução

1.1 Motivação

De acordo com World Health Organization (2008), os acidentes de transporte são aqueles que envolvem dispositivos projetados ou utilizados no momento do ocorrido para transporte de bens ou pessoas. Na literatura encontra-se os termos acidentes de transporte como também acidentes de trânsito. A diferença entre esses acidentes é que para ser caracterizado como de trânsito é necessário que o acidente ocorra em via pública e não envolva veículos especiais a motor.¹ Sendo assim, os acidentes de trânsito formam um subconjunto dos acidentes de transporte.

Encontra-se em abundância pesquisas e estudos que consideram os acidentes de trânsito e dado que os acidentes de transporte englobam os de trânsito, os números de óbitos relacionados aos de transporte são ainda maiores. Segundo a Secretaria de Vigilância em Saúde (2018), uma das principais causas de morte no Brasil e no mundo são os acidentes de trânsito, onde em 2000 e em 2016, as mortes por esses acidentes ocuparam a 6^a e a 8^a posição, respectivamente, na listagem de principais causas de mortes no Brasil. Avaliando as mortes por causas externas, classificadas de acordo com o Classificação Estatística Internacional de Doenças e Problemas Relacionados à Saúde (CID-10)², as por acidentes de trânsito ocuparam a 2^a posição em ambos os períodos. Segundo Carvalho (2020), no Brasil cerca de 45 mil pessoas morrem anualmente em decorrência de acidentes de trânsito, além de 300 mil pessoas serem lesionadas gravemente. Estima-se que estes acidentes custem aos cofres públicos 50 bilhões de reais, anualmente. Destes gastos, 80% é referente aos acidentes ocorridos em rodovias e 20% em áreas urbanas. Nas rodovias

¹Veículos usados principalmente em instalações industriais, agricultura, construção, demolição ou veículos todo-0-terreno tais como: veículo de passageiros de aeroporto, carro de mina de carvão, colheitadeira, maquinário agrícola, trator e reboque, escavador, caminhão basculante, nivelador de terra, rolo-compactador, hovercraft em terra, entre outros. (World Health Organization, 2008)

²Classificação Internacional estabelecida pela Organização Mundial de Saúde (OMS), visando padronizar e catalogar as doenças e outros problemas relacionados à saúde (World Health Organization, 2008)

federais o maior custo esteve associado a perda de produção de um indivíduo que sofreu acidente de trânsito.

O panorama mundial também é preocupante. De acordo com World Health Organization (2018), estima-se que 1,35 milhões de pessoas morrem no mundo em decorrência dos acidentes de trânsito, sendo esta a 8^a maior causa de morte considerando todas as idades, a maior causa externa de morte no mundo e a principal causa de morte da população entre 5 e 29 anos de idade, gerando mortes prematuras e impactando no desenvolvimento econômico e social do país. Como consequência, há o empobrecimento das famílias devido à diminuição da renda e gastos públicos com previdência em casos de invalidez permanente e morte. No Brasil, além dos gastos previdenciários, os acidentes de transporte terrestre custaram ao SUS, em 2015, quase 244 milhões de reais, sendo estes gastos referentes às internações de feridos no trânsito pelo SUS de acordo com Brasil (2017).

Conforme Neto et al. (2012), em 2010 já havia tendências de aumento da violência e das mortes no trânsito no Brasil. No entanto, em Minayo (2012), a autora relata sensação de comoção social maior para mortes ocasionadas por homicídios e os suicídios, mesmo havendo mais mortes no trânsito que as demais causas citadas, entre 1980 e 2010. Ainda no estudo de Neto et al. (2012) constatou-se que houve alteração em relação a principal vítima de acidentes no trânsito ao longo do tempo, sendo os condutores de motos as principais vítimas desses acidentes em 2010, e os pedestres entre 2000 e 2007.

Apesar das mortes e dos custos que permeiam os acidentes de trânsito, nota-se um esforço nacional e mundial para reduzir tais acidentes e as consequências vinculadas à eles. Conforme consta em Nations (2010), na Assembleia-Geral das Nações Unidas definiu-se os anos de 2011 a 2020 como a “Década de Ações para a Segurança no Trânsito” cujo objetivo principal era, globalmente, reduzir pela metade as mortes e lesões oriundas de acidentes de trânsito por meio de medidas legislativas que considerassem os seguintes fatores de risco: direção sob o efeito de álcool, excesso de velocidade, não uso do capacete, do cinto de segurança e das cadeirinhas para crianças.

De acordo com Nations (2020), considerando a importância, evitabilidade, consequências sociais e econômicas dos acidentes de trânsito e por continuar sendo grande problema de saúde pública, definiu-se os anos de 2021 a 2030 como a “Segunda Década de Ação pela Segurança no Trânsito”. Neste período, espera-se alcançar o objetivo de reduzir novamente pela metade os números de fatalidades e lesões no trânsito através do controle da velocidade no trânsito estabelecendo um limite máximo de 30 quilômetros

por hora em áreas de maior concentração de usuários vulneráveis e veículos, a não ser que estudos mostrem que determinada área é segura para que se desenvolva maior velocidade, melhorias nas vias para que atendam aos padrões técnicos onde beneficie todos os componentes presentes nelas como condutores, passageiros e pedestres e melhoria nos padrões de fabricação de veículos além da reafirmação da importância dos países que não adotaram medidas efetivas para fiscalização dos fatores de risco declarados na primeira década.

No Brasil, em 2008, entrou em vigor a Lei 11.705, mais conhecida como “Lei Seca”. Essa medida tem sido importante no combate da direção combinada com o consumo de álcool e prevê sanções como a suspensão do direito de dirigir, multa de quase 3000 reais e a obrigatoriedade da realização de curso de reciclagem. Ainda assim, apesar do país apresentar leis em consonância com os objetivos da Organização das Nações Unidas (ONU), a redução em 50% não foi alcançada de acordo com Trânsito (2021).

Os dados acerca dos acidentes de transporte têm a característica de um dado agregado por uma divisão espacial específica como setores censitários, bairros, municípios, microrregiões, mesorregiões ou unidades da federação, e é conhecido na literatura estatística como dado de área. Nesses dados, a região de interesse é dividida em subregiões com limites bem definidos e a variável de interesse, em cada subregião, e corresponde ao agrupamento em diferentes pontos dessa subregião. Para trabalhar com este tipo de dado, levando em consideração a posição geográfica dessas ocorrências, é necessário utilizar a estatística espacial, uma subárea da Estatística que possui ferramentas adequadas para trabalhar com este tipo de dado. A modelagem probabilística para dados desta natureza, considerando a dependência espacial e uma estrutura de vizinhança é comumente realizada através dos Modelos CAR. Essa abordagem pode ser usada para estudar acidentes de transporte.

1.2 Revisão Bibliográfica

Existem diversos trabalhos na literatura que buscam estudar tanto acidentes de transporte como de trânsito. Em Silva (2006), buscou-se avaliar as características socioeconômicas, ambientais e demográficas associadas as vítimas de acidentes de trânsito nos bairros do município do Rio de Janeiro entre os anos de 1998 e 2000. Ainda nesse estudo, relatou-se a escassez de estudos referentes aos acidentes de trânsito, principalmente aos que fazem uso de métodos estatísticos não restritos a análise descritiva. Inicialmente,

a proposta era utilizar modelos lineares em conjunto com algum modelo espacial, contudo, ao realizar testes de independência espacial para o índice de Moran e o coeficiente de Geary não foi constatada a dependência espacial, indicando não ser necessária a inclusão de uma componente espacial no modelo. No trabalho foram consideradas como variáveis dependentes os acidentes de trânsito com vítimas, atropelamentos e colisões com vítimas. Todas as variáveis foram modeladas através de um modelo binomial negativo, considerando que a superdispersão foi verificada através do índice de Fisher, sugerindo que um modelo poisson não seria adequado para descrever o conjunto de dados, o que concordava com o que o autor havia encontrado na literatura. Em relação aos acidentes de trânsito com vítimas, as variáveis que melhor explicaram o modelo foram quantidade total de vias coletoras, população residente, quantidade total de linhas de ônibus, quantidade total de vias arteriais secundárias e proporção da população residente com idade inferior a 18 anos. Para as colisões com vítimas, quantidade total de vias coletoras, quantidade total de vias arteriais secundárias, linhas de ônibus e população residente com idade inferior a 18 anos melhor explicaram o modelo. No entanto, apesar de encontrar os melhores modelos possíveis de acordo com a metodologia proposta, os modelos ajustados superestimaram o número de ocorrências nos bairros de menor incidência, indicando possível problema de subnotificação do número de acidentes de trânsito. Como solução, é necessário avaliar a possibilidade de inclusão de novas variáveis explicativas ou considerar agregar os dados em regiões menores.

Em Almeida et al. (2013), considerou-se a cidade de Fortaleza, no Ceará, e fez-se o uso de modelos lineares generalizados ajustado pela razão de verossimilhança e análise ROC, onde o número de acidentes de trânsito esteve associado ao tráfego em vias de jurisdição federal, em relação ao dia da semana, dia de domingo e o período, madrugada. Segundo o estudo, os períodos com menos luz natural foram os que ocorreram maior número de registros, sendo o período que havia luz do dia com menor número de acidentes. Destaca-se o comportamento humano devido às condições facilitadoras para estes óbitos, no entanto, é importante considerar as características da via, tais como sinalização e iluminação.

Em Mascarenhas et al. (2016), há um estudo considerando 86 serviços de urgência localizados no Distrito Federal e em 24 capitais brasileiras, no ano de 2014. Neste estudo, realizou-se amostragem probabilística por conglomerado em único estágio, teste qui-quadrado para variáveis qualitativas e encontradas estimativas não viciadas para os parâmetros desconhecidos. Foi constatado que os acidentes de transporte envolveram mais homens, jovens de 20 a 39 anos, pretos ou pardos e com atividade remunerada e, de acordo com os dados de acidentes de transporte envolvendo mais motociclistas. Outro

fator associado foi a escolaridade, onde pessoas com nove anos de estudo ou mais se envolveram em aproximadamente 60% dos acidentes.

Foram constatadas associações semelhantes em Rios et al. (2020), na cidade de Jequié, Bahia, onde foi realizado inquérito domiciliar com 1.406 condutores, em 2013, que realizou uma amostragem por conglomerado sendo 35 setores censitários sorteados. Neste estudo, utilizou-se um modelo hierárquico e se concluiu que a idade de 5 a 29 anos, cor da pele preta ou parda, motociclistas, antecedentes de multa no trânsito e uso de telefone celular durante a condução também eram fatores que exerciam forte influência nos acidentes de trânsito.

Além do gênero, faixa etária, cor ou raça e escolaridade, variáveis econômicas também apresentaram associação com os acidentes de trânsito. Segundo Pinheiro et al. (2021), em um estudo utilizando modelos de regressão linear e o estimador bayesiano empírico nos municípios brasileiros em 2005, 2010 e 2015, verificou-se que os acidentes de transporte e o PIB per capita apresentaram associação negativa, ou seja, quanto maior o PIB de um município, menor o número de acidentes de transporte registrado. Outro dado importante que corrobora com esta associação é da Organização Mundial da Saúde. Segundo Relatório de Status Global sobre Segurança Viária de 2018 (World Health Organization, 2018), 93% das mortes por acidentes de trânsito ocorreram em países de baixa ou média renda apesar desses países deterem 40% da frota mundial, além das taxas de mortalidade serem 3 vezes maior nos países de baixa renda quando comparado com países de alta renda.

Segundo CNT e SENAT (2019), em 2019 foi constatada piora nas condições viárias do país, considerando o pavimento, sinalização e geometria da via. Estas condições ganharam destaque, principalmente, pela grande utilização do modal rodoviário no país, responsável por 61% dos transportes de mercadorias e 95% de passageiros. Outro agravante foi a crescente demanda de veículos ao longo dos anos. De 2009 à 2019, a frota brasileira de veículos cresceu 80,8%, o que contabilizou 102.666.444 veículos registrados em território nacional, em 2019. Constatou-se uma piora na qualidade das vias, paralela a um crescimento dos veículos em circulação, o que resultou em um aumento da degradação das vias nacionais.

1.3 Objetivos

Diante dos fatos citados, é inegável o problema social que os acidentes de trânsito ocasionam, os prejuízos econômicos e ambientais à uma nação, a questão de saúde pública

através da demanda gerada ao Sistema Único de Saúde e questões psicológicas, tratando-se das perdas inestimáveis às famílias das vítimas, muitas vezes fatais, desses acidentes. Além disto, considerando que é objeto mundial a redução pela metade do número de mortes e lesões ocasionadas pelos acidentes de trânsito, ressalta-se a importância de analisar o panorama brasileiro, localidade representante de grande participação nos números absolutos registrados mundialmente. Sendo assim, o objetivo deste trabalho é propor um modelo probabilístico para as taxas de vítimas de acidentes de transporte no Brasil no ano de 2018, considerando a abundância de trabalhos descritivos acerca do assunto e escassez de trabalhos envolvendo a modelagem estatística. O presente trabalho buscou avaliar os fatores socioeconômicos associados ao log das taxas de acidentes de transporte, modelar probabilisticamente esses eventos através de um modelo CAR, que leva em consideração a estrutura espacial, perante a carência de estudos que envolvem modelagem espacial e realizar inferência sobre as quantidades desconhecidas destes modelos sob o enfoque bayesiano.

1.4 Organização do Trabalho

Os materiais e métodos utilizados no presente trabalho estão apresentados no Capítulo 2. O capítulo está subdividido em 5 Seções. A Seção 2.1 é referente ao dados encontrados acerca dos acidentes de transporte, as variáveis explicativas e as fontes utilizadas. A metodologia referente a análise espacial está descrita na Seção 2.2. O trabalho considerou a abordagem bayesiana para estimação das quantidades desconhecidas e portanto, a revisão da literatura acerca dessa ótica está descrita em 2.3. Propôs-se dois modelos probabilísticos para os acidentes de transporte. O primeiro chamado de Modelo de Regressão Linear Múltiplo Independente (MRLMI) e o segundo denotado por CAR Leroux, que leva em consideração a estrutura de dependência espacial. Ambos estão descritos na Seção 2.4. Devido a necessidade de métodos que comparem o ajuste do modelo, utilizou-se medidas descritas na Seção 2.5. No Capítulo 3 são apresentados os resultados encontrados utilizando os dados e métodos mencionados no Capítulo 2. Na seção 3.1 há a análise descritiva realizada antes do processo de modelagem, sendo importante para o processo de familiarização e fornecimento de ideias e indícios de comportamento dos dados. Os resultados utilizados para escolha do modelo e seu ajuste são ilustrados na 3.2. Por fim, as conclusões obtidas após as análises dos dados encontram-se no Capítulo 4.

2 Materiais e Métodos

Este capítulo contém uma revisão da metodologia estatística envolvida no trabalho e informações sobre o conjunto de dados avaliado. O conjunto de dados e a discussão sobre análise espacial estão descritos, respectivamente, nas Seções 2.1 e 2.2. Neste trabalho considerou-se a abordagem bayesiana para inferir sobre os parâmetros populacionais desconhecidos e, portanto, há uma revisão dessa abordagem na Seção 2.3. O modelo proposto está descrito na Seção 2.4. Por fim, os critérios para seleção de modelos estão descritos na Seção 2.5.

2.1 Dados

Nesta seção é explanada toda a informação sobre os dados utilizados no presente estudo. Na subseção 2.1.1 são apresentadas informações sobre os dados de óbitos por acidentes de transporte do Ministério da Saúde. Na subseção 2.1.2 encontra-se o detalhamento acerca das variáveis explicativas que foram utilizadas neste estudo.

2.1.1 Ministério da Saúde

Com intuito de estudar os acidentes de trânsito, foram obtidos dados do Sistema de Informações sobre Mortalidade disponibilizados pela Coordenação-Geral de Informações e Análises Epidemiológicas da Secretaria de Vigilância em Saúde do Ministério da Saúde. Os óbitos por acidentes de transporte, classificados pelo CID-10 como grande grupo CID10 “V01-V99” e obtidas por meio do Sistema de Informações de Mortalidade (SIM), são referente aos óbitos no ano de 2018. A base de dados está em nível macro e agregada por unidade da federação de ocorrência do óbito, pois o interesse era avaliar o Brasil e uma das principais formas de subdivisão desta região.

2.1.2 IBGE

Em relação às variáveis explicativas, foram obtidos dados socioeconômicos das Unidades da Federação, disponibilizados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) através da Síntese de Indicadores Sociais, que tivessem alguma ligação com os acidentes de trânsito. Os dados de rendimento e educação foram disponibilizados pelo IBGE através da Síntese de Indicadores Sociais, de 2020. O tamanho populacional foi obtido através da Revisão 2018 das Projeções de População para o Brasil e para as Unidades da Federação. Após a coleta e seleção das características adquiridas, restaram as seguintes variáveis:

- pop - tamanho da população (Projeção, Revisão 2018)
- AE - Número médio de anos de estudo das pessoas de 18 a 29 anos de idade
- RMPC - Rendimento médio per capita, em reais.
- RMDPC - Rendimento mediano per capita, em reais.
- SR - Percentual da população sem rendimento
- IG - Índice de Gini
- TFEB - Taxa de Frequência Escolar Bruta
- PMEC - Percentual das pessoas de 25 anos ou mais de idade que possuíam ao menos o ensino médio, ou seja, ensino médio completo, ensino superior incompleto e Completo).

A covariável PMEC foi gerada a partir da soma do percentual da população que possuía 25 anos ou mais com ensino médio completo, ensino superior incompleto e ensino superior completo.

A frota veicular em cada unidade da federação foi obtida através dos dados do Ministério das Cidades, do DENATRAN¹, através dos cadastros de RENAVAM².

¹Departamento Nacional de Trânsito

²Registro Nacional de Veículos Automotores

2.2 Estatística espacial

A estatística espacial é a utilização de ferramentas estatísticas, tais como a análise exploratória e modelagem, com o intuito de estudar um determinado fenômeno em função do espaço, verificando dessa forma se o fenômeno varia ou não de acordo com diferentes localizações. Quando as regiões mais próximas são mais correlacionadas que as regiões mais distantes entre si, considera-se que há dependência espacial. Nesta Seção são discutidas ferramentas de análise exploratória para dados de área.

2.2.1 Análise Exploratória Espacial

Segundo Cressie (1993), a estatística espacial é dividida em geoestatística, dados de área e processos pontuais. O presente estudo está focado em dados de área. Para maiores informações sobre geoestatística e processos pontuais vide Cressie (1993) e Banerjee, Carlin e Gelfand (2003).

Utiliza-se os dados de área quando há interesse de investigar o comportamento de determinado fenômeno de um espaço dividido em um número finito de áreas cujos limites são bem definidos, o que ocorre quando lida-se com eventos agregados por setores censitários, bairros, municípios, entre outras delimitações.

O passo inicial para a realização da análise exploratória é a realização de mapas coropléticos, nos quais uma área é dividida em várias regiões e cada região possui uma cor de acordo com uma escala representativa da intensidade do fenômeno. Um dos objetivos desta análise é verificar se as regiões mais próximas estão mais correlacionadas que as regiões mais distantes entre si. Através desses mapas pode-se ter uma informação inicial sobre a tendência e a dependência espacial.

Em dados de área, faz-se necessário definir a Matriz de Proximidade Espacial, também conhecida por matriz de vizinhança e denotada por \mathbf{W} . Considere que a região de interesse A é dividida em n regiões, sem qualquer interseção, obtendo-se então as regiões A_1, \dots, A_n . A matriz \mathbf{W} terá então dimensão $n \times n$, com elementos w_{ij} refletindo a proximidade entre as regiões A_i e A_j , e possuindo a seguinte forma:

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} & \dots & w_{1n} \\ w_{21} & w_{22} & \dots & w_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{n1} & w_{n2} & \dots & w_{nn} \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

sendo $w_{ij} = 0, \forall i = j$ e $i, j = 1, 2, \dots, n$.

Existem diferentes formas de definir os elementos w_{ij} . Nesse trabalho foi adotado o critério de contiguidade (torre), onde áreas que possuam fronteiras em comum foram classificadas como vizinhas. Diante disto, tem-se o seguinte: $w_{ij} = 1$, se A_i possuía fronteira em comum com A_j , caso contrário, $w_{ij} = 0$.

Numericamente, a tendência é avaliada através da Média Móvel Espacial e a dependência espacial por meio do Índice de Moran (I de Moran) e Coeficiente de Geary (C de Geary).

Considere que sejam observadas n variáveis aleatórias, denotadas por y_1, \dots, y_n , sendo y_i o número de ocorrências do evento de interesse na área A_i . Então, a Média Móvel Espacial é dada por:

$$\hat{\mu}_i = \frac{\sum_{j=1}^n w_{ij} y_j}{\sum_{j=1}^n w_{ij}}. \quad (2.2)$$

O I de Moran, proposto por Moran (1950), é definido como:

$$I = \frac{n \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} (y_i - \bar{y})(y_j - \bar{y})}{\left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} \right) \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}, \quad \text{sendo } \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}. \quad (2.3)$$

De acordo com Waller e Gotway (2004), em geral, esse índice assume valores pertencentes ao intervalo $[-1, 1]$, porém, podem não estar restritos a esse intervalo. Quando as regiões vizinhas possuem valores similares, então o índice é positivo. Quando as regiões vizinhas possuem valores diferentes mas padrões regulares, então o índice é negativo. Quando não há correlação espacial e há um número grande de regiões, então o índice tende a ser nulo.

Conforme Waller e Gotway (2004), o I de Moran possui uma relação com o coeficiente de Pearson, refletindo uma forma ponderada espacialmente desse coeficiente. Além disso, sob a inferência clássica, esse índice possui as seguintes propriedades sob a hipótese de não existência de autocorrelação espacial:

$$\begin{aligned}
\frac{\hat{I} - E(I)}{\sqrt{Var(I)}} &\sim N(0, 1), \\
E(I) &= -\frac{1}{n-1} \\
Var(I) &= \frac{n^2(n-1)S_1 - n(n-1)S_2 - 2S_0^2}{(n+1)(n-1)^2S_0^2}, \\
S_0 &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij}, \\
S_1 &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (w_{ij} + w_{ji})^2, \\
S_2 &= \sum_{k=1}^n \left(\sum_{j=1}^n w_{kj} + \sum_{i=1}^n w_{ik} \right)^2.
\end{aligned} \tag{2.4}$$

Outra forma de analisar a dependência espacial é através da razão de contiguidade C , formulada por Geary (1954), e definida como:

$$C = \frac{(n-1) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} (y_i - y_j)^2}{2 \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} \right) \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \tag{2.5}$$

O C de Geary varia entre 0 e 2. Quando não há correlação espacial esse índice tende a 1, quando há uma correlação positiva perfeita esse coeficiente resulta em 0 e caso haja correlação negativa perfeita, esse coeficiente resulta em 2. De acordo com Waller e Gotway (2004), esse coeficiente possui uma relação com a estatística de teste de Durbin–Watson, usada para testar autocorrelação serial em regressão e série temporal.

Definidos estes coeficientes, sob a inferência clássica, é realizado um teste de independência espacial para auxiliar na tomada de decisão e determinar se a hipótese nula de aleatoriedade espacial é rejeitada ou não. Baseado em um nível de significância pré-estabelecido, caso haja evidências estatísticas significativas de que $I > 0$ e/ou $C < 1$

então rejeita-se a hipótese nula e conclui-se que há dependência espacial. O C de Geary possui as seguintes propriedades sob a hipótese de não existência de autocorrelação:

$$\begin{aligned}\frac{\hat{C} - E(C)}{\sqrt{Var(C)}} &\sim N(0, 1) \\ E(C) &= 1 \\ Var(C) &= \frac{(2S_1 + S_2)(n - 1) - 4S_0^2}{2(n + 1)S_0^2}.\end{aligned}\quad (2.6)$$

Maior detalhamento acerca de análise estatística espacial, verificar Cressie (1993), Banerjee, Carlin e Gelfand (2003) e Câmara et al. (2004).

2.2.2 Modelo Autoregressivo Condicional (CAR)

. Uma maneira usual de se avaliar a relação entre a ocorrência de determinado evento e sua localização geográfica se dá pela inserção de alguma componente no modelo que avalie estas ocorrências no espaço e mensure a influência exercida pelas ocorrências nas regiões vizinhas. Diante disto, uma das formas encontradas na literatura é a modelagem através de estruturas denominadas CAR.

No caso Gaussiano, as distribuições condicionais são definidas da seguinte forma:

$$\phi_i | \phi_{-i} \sim N \left(\sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^n b_{ij} \phi_j, \tau_i^2 \right), \quad \forall i = 1, \dots, n, \quad (2.7)$$

sendo $\phi_{-i} = (\phi_1, \dots, \phi_{i-1}, \phi_{i+1}, \dots, \phi_n)$.

Então, através do Lemma de Brook, a distribuição conjunta de $\phi = (\phi_1, \dots, \phi_n)$ é dada por:

$$p(\phi) \propto \exp \left\{ -\frac{1}{2} \phi^T \mathbf{D}^{-1} (\mathbf{I} - \mathbf{B}) \phi \right\}, \quad (2.8)$$

sendo \mathbf{I} a matriz identidade de ordem n , Logo, $\phi \sim N(\mathbf{0}, \Sigma_\phi)$, onde $\Sigma_\phi = (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1} \mathbf{D}$ é a matriz de covariâncias, \mathbf{B} é uma matriz diagonal e \mathbf{D} é uma matriz diagonal com $D_{ii} = \tau_i^2$ sendo o elemento da i -ésima linha e coluna.

Uma das condições necessárias é que a matriz Σ_ϕ seja simétrica. A solução proposta em Banerjee, Carlin e Gelfand (2003) é que os elementos da matriz \mathbf{B} sejam definidos como $b_{ij} = w_{ij}/W_{i+}$ e os elementos da diagonal de \mathbf{D} definidos por $\tau_i^2 = \tau^2/w_{i+}$, onde w_{ij}

são elementos da matriz \mathbf{W} definida na Equação (2.1) e $w_{i+} = \sum_j w_{ij}$ interpretada como o número de vizinhos da região i .

Reescrevendo a Equação (2.8) em função dos novos termos das matrizes, temos:

$$p(\boldsymbol{\phi}) \propto \exp \left\{ -\frac{1}{2\tau^2} \boldsymbol{\phi}^T (\mathbf{D}_w - \mathbf{W}) \boldsymbol{\phi} \right\}, \quad (2.9)$$

onde \mathbf{D}_w é uma matriz diagonal com elementos $(D_w)_{ii} = w_{i+}$. Logo, pode-se dizer que $\boldsymbol{\phi} \sim N(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_\phi)$, sendo $\boldsymbol{\Sigma}_\phi = \tau^2(\mathbf{D}_w - \mathbf{W})^{-1}$.

Na literatura, o modelo descrito na Equação (2.9) é denotado por modelo intrínseco e sua matriz $\boldsymbol{\Sigma}_\phi^{-1}$ é singular, fazendo com que não exista $\boldsymbol{\Sigma}_\phi$, resultando em uma distribuição conjunta imprópria. No entanto, suas distribuições condicionais completas são ditas próprias. Uma maneira de solucionar isto é definindo $\boldsymbol{\Sigma}_\phi^{-1} = (\mathbf{D}_w - \rho\mathbf{W})$, restringir $\rho \in (-1, 1)$ e $\sum \phi_i = 0$. Com estas restrições, a matriz $\boldsymbol{\Sigma}_\phi^{-1}$ é não singular e, mais que isto, será positiva definida. Quando $\rho = 0$, tem-se o cenário em que há independência espacial e $\boldsymbol{\phi} \sim N(\mathbf{0}, \tau^2\mathbf{D}_w^{-1})$. No caso de $\rho = 1$, retornamos ao modelo intrínseco.

2.3 Inferência Bayesiana

Seja \mathbf{Y} uma variável aleatória de interesse e $\boldsymbol{\theta}$ um parâmetro populacional. Ambos podem ser uma matriz, um vetor ou um escalar. Suponha que essa variável possua uma função de distribuição (ou de densidade de probabilidade) dada por $p(\mathbf{Y}|\boldsymbol{\theta})$. Quando o parâmetro $\boldsymbol{\theta}$ é desconhecido e observa-se uma amostra da variável \mathbf{Y} , ao aplicar os valores amostrados \mathbf{y} na função $p(\mathbf{Y} = \mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})$, essa passa a depender apenas de $\boldsymbol{\theta}$ e, então é chamada de função de verossimilhança e denotada por $l(\mathbf{y}; \boldsymbol{\theta})$.

No enfoque Bayesiano, o parâmetro $\boldsymbol{\theta}$ é tratado como uma variável aleatória e a inferência sobre essa quantidade considera tanto a informação obtida pelos dados amostrados, oriunda da função de verossimilhança, quanto é possível atribuir informação subjetiva sobre a incerteza desta quantidade, seja através de informações de especialistas ou resultados anteriores. Toda essa informação, anterior a observação dos dados, é resumida em uma função chamada de distribuição *a priori*, definida por $p(\boldsymbol{\theta})$.

A inferência sobre θ baseia-se na distribuição *a posteriori*, que usando o Teorema de Bayes, corresponde a combinação da distribuição *a priori* com a função de verossimilhança, da seguinte forma:

$$p(\theta|\mathbf{y}) = \frac{l(\mathbf{y}; \theta)p(\theta)}{p(\mathbf{y})}, \quad (2.10)$$

sendo $p(\mathbf{y})$ chamada de distribuição marginal de \mathbf{Y} e pode ser obtida fazendo

$$p(\mathbf{y}) = \int_{\theta} l(\mathbf{y}; \theta) d\theta. \quad (2.11)$$

2.3.1 Distribuição *a priori*

A distribuição *a priori* representa toda a crença anterior a realização da amostragem sobre o parâmetro populacional desconhecido. Uma das formas de especificar essa distribuição ocorre quando o especialista fornece a descrição completa dessa distribuição, porém, em geral, isso não ocorre. Muitas vezes o especialista consegue fornecer informações sobre a média e/ou a variância apenas e nesses casos o pesquisador pode usar uma distribuição *a priori* conjugada e aplicar as informações dadas nos parâmetros dessa distribuição, chamados de hiperparâmetros. Quando não há qualquer informação pode-se usar uma distribuição *a priori* não informativa ou aumentar a variância da distribuição *a priori* conjugada.

Neste trabalho, utilizou-se distribuição *a priori* conjugada, quando foi possível. Para informações sobre distribuições *a priori* não informativas, vide Syversveen (1998) e Gamerman, Louzada-Neto e Migon (2014).

2.3.1.1 Distribuição *a priori* conjugada

Uma forma para definir a distribuição *a priori* é por intermédio de formas funcionais. A forma mais utilizada é a conjugação. Este método consiste em avaliar o núcleo da função de verossimilhança de \mathbf{y} e propor uma distribuição de probabilidade com núcleo semelhante, na qual será definida como distribuição *a priori*, visando que a distribuição *a posteriori* pertença a mesma classe da distribuição *a priori*. Quando isso ocorre, diz-se que a distribuição *a priori* proposta é conjugada a família da distribuição amostral.

Definição 2.1 Se $F = p(\mathbf{y}|\theta)$, $\theta \in \Theta$ é uma classe de distribuições amostrais então uma classe de distribuições P é conjugada a F se

$$\forall p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta}) \in F \text{ e } p(\boldsymbol{\theta}) \in P \implies p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}) \in P.$$

A Tabela 1 apresenta alguns exemplos de distribuições *a priori* conjugadas.

Tabela 1: Exemplos de distribuições *a priori* conjugadas

Distribuição amostral de \mathbf{y}	Distribuição <i>a priori</i>	Distribuição <i>a posteriori</i>
$N(\mu, \sigma^2)$ (com σ^2 conhecido)	$\mu \sim N(\mu_0, s_0^2)$	$\mu \mathbf{y} \sim N\left(\frac{\frac{\mu_0}{s_0^2} + \frac{n\bar{y}}{\sigma^2}}{\frac{1}{s_0^2} + \frac{n}{\sigma^2}}, \frac{1}{\frac{1}{s_0^2} + \frac{n}{\sigma^2}}\right)$
$N(\mu, \sigma^2)$ (com μ conhecido)	$\sigma^2 \sim GI(\alpha, \beta)$	$\sigma^2 \mathbf{y} \sim GI\left(\alpha + \frac{n}{2}, \beta + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (y_i - \mu)^2\right)$
$Bern(\pi)$	$\pi \sim Beta(\alpha, \beta)$	$\pi \mathbf{y} \sim Beta\left(\alpha + \sum_{i=1}^n y_i, \beta + n - \sum_{i=1}^n y_i\right)$
$Poi(\lambda)$	$\lambda \sim Gama(\alpha, \beta)$	$\lambda \mathbf{y} \sim Gama\left(\alpha + n, \beta + \sum_{i=1}^n y_i\right)$
$Exp(\lambda)$	$\lambda \sim Gama(\alpha, \beta)$	$\lambda \mathbf{y} \sim Gama\left(\alpha + 1, \beta + \sum_{i=1}^n y_i\right)$

Quando não é possível identificar facilmente a conjugação, utiliza-se a conjugação na família exponencial. Por simplicidade, considere que o parâmetro desconhecido é um escalar e que haja uma única observação. Logo, se a função de densidade de probabilidade pertence à família exponencial, então essa poderá ser escrita da seguinte forma:

$$p(y|\theta) = a(y) \exp[u(y)\phi(\theta) + b(\theta)], \quad (2.12)$$

sendo $a(\cdot)$, $u(\cdot)$ e $b(\cdot)$ funções reais.

Então a classe conjugada é definida como:

$$p(\theta) \propto k(\alpha, \beta) \exp[\alpha\phi(\theta) + \beta b(\theta)]. \quad (2.13)$$

Através da identificação da distribuição *a priori* em conjunto com a distribuição de y já especificada, utiliza-se o Teorema de Bayes para obtenção da distribuição *a posteriori*, que é dada por:

$$p(\theta|\mathbf{y}) \propto k(\alpha + u(y), \beta + 1) \exp\{[\alpha + u(y)]\phi(\theta) + [\beta + 1]b(\theta)\}. \quad (2.14)$$

A conjugação é muito útil pois facilita os cálculos a medida que fornece distribuições *a priori* e *a posteriori* próprias, no entanto, é necessário cautela. Segundo Gamerman, Louzada-Neto e Migon (2014), a definição da classe de distribuição não deve ser muito abrangente pois não será útil, como é o caso de se definir uma classe de distribuições contendo todas as distribuições possíveis. Uma outra situação é quando se define uma

classe muito restrita pois a informação obtida através dos dados não surtirá efeito na distribuição *a posteriori*. Por fim, é necessário cuidados ao especificar probabilidades nulas para valores pouco prováveis de θ , onde é recomendado que seja especificado valores não nulos para todos os valores possíveis de θ .

2.3.2 Métodos de Monte Carlo via Cadeias de Markov

Os métodos de Monte Carlo via cadeias de Markov (MCMC) são técnicas de simulação estocástica que podem ser utilizados em inferência bayesiana para obtenção de uma aproximação para a distribuição *a posteriori*, quando a forma do núcleo dessa distribuição não é conhecida ou sua integral não possui tratamento analítico. O método consiste na realização de simulações iterativas onde a convergência é uma distribuição estacionária de interesse, que neste caso é a distribuição *a posteriori*.

O Amostrador de Gibbs e o Metropolis-Hastings são métodos de MCMC e serão brevemente explicados abaixo.

2.3.2.1 Amostrador de Gibbs

O amostrador de Gibbs é um algoritmo criado por Geman e Geman (1984) e introduzido a comunidade estatística por Gelfand e Smith (1990). Seja θ o vetor de parâmetros desconhecidos. Suponha que deseja-se obter uma amostra da distribuição *a posteriori* de θ mas que essa distribuição seja desconhecida. Porém, considere que é possível particionar esse vetor em K subvetores e/ou escalares obtendo então $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K)^T$ de forma que a distribuição $p(\theta_k | \theta_{-k}, \mathbf{y})$ seja conhecida, sendo $\theta_{-k} = (\theta_1, \dots, \theta_{k-1}, \theta_{k+1}, \dots, \theta_K)^T$. Essa distribuição é chamada de distribuição condicional completa *a posteriori*.

Os passos do Amostrador de Gibbs consistem em:

1. Iniciar o contador $r = 0$
2. Atribuir valores iniciais $\theta^{(0)} = (\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}, \dots, \theta_K^{(0)})^T$
3. Incrementar o contador fazendo $r = r + 1$

4. Gerar uma amostra de $\boldsymbol{\theta}^{(r)}$ através da seguinte forma

$$\begin{aligned}\theta_1^{(r)} &\sim p(\theta_1|\theta_2^{(r-1)}, \dots, \theta_K^{(r-1)}, \mathbf{y}) \\ \theta_2^{(r)} &\sim p(\theta_2|\theta_1^{(r)}, \theta_3^{(r-1)}, \dots, \theta_K^{(r-1)}, \mathbf{y}) \\ &\vdots \\ \theta_K^{(r)} &\sim p(\theta_K|\theta_1^{(r)}, \theta_2^{(r)}, \dots, \theta_{K-1}^{(r)}, \mathbf{y})\end{aligned}$$

5. Retornar ao passo 3 até a obtenção de convergência.

Para maiores informações, consultar Gamerman e Lopes (2006) e Gamerman, Louzada-Neto e Migon (2014).

2.3.2.2 Algoritmo de Metropolis-Hastings

Suponha que a distribuição *a posteriori* seja desconhecida. Nesse caso, pode-se recorrer ao algoritmo de Metropolis-Hastings, formulado por Metropolis et al. (1953) e generalizado por Hastings (1970). Suponha que a distribuição de interesse seja $p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y})$. Para esse método, será necessário atribuir uma distribuição proposta conhecida, denotada por $q(\cdot|\boldsymbol{\theta})$. Seja $\boldsymbol{\theta}^p$ um vetor de valores amostrados dessa distribuição proposta. Esses valores serão aceitos com determinada probabilidade α . Então, para a realização do algoritmo de Metropolis-Hastings é necessário seguir os seguintes passos:

1. Defina r o contador das iterações da cadeia e, inicialmente, $r = 0$.
2. Atribua valores iniciais aos parâmetros, denotando por $\boldsymbol{\theta}^{(0)}$.
3. Incremente o contador fazendo $r = r + 1$.
4. Gere valores $\boldsymbol{\theta}^p$ a partir da distribuição auxiliar $q(\cdot|\boldsymbol{\theta}^{(r-1)})$.
5. Calcule a probabilidade de aceitação $\alpha(\boldsymbol{\theta}^{(r-1)}, \boldsymbol{\theta}^p)$, sendo

$$\alpha(\boldsymbol{\theta}^{(r-1)}, \boldsymbol{\theta}^p) = \min \left(1, \frac{p(\boldsymbol{\theta}^p|\mathbf{y})}{q(\boldsymbol{\theta}^p|\boldsymbol{\theta}^{(r-1)})} \frac{q(\boldsymbol{\theta}^{(r-1)}|\boldsymbol{\theta}^p)}{p(\boldsymbol{\theta}^{(r-1)}|\mathbf{y})} \right). \quad (2.15)$$

6. Gere u de modo que $u \sim U(0, 1)$.
7. Se $u \leq \alpha$ aceite os novos valores e determine $\boldsymbol{\theta}^r = \boldsymbol{\theta}^p$. Caso contrário, $\boldsymbol{\theta}^r = \boldsymbol{\theta}^{(r-1)}$.
8. Retorne ao item 3 até obtenção de convergência.

O método acima pode ser utilizado em conjunto com o Amostrador de Gibbs, quando o vetor de parâmetros desconhecidos é dividido em partes e algumas dessas partes possuem distribuições condicionais completas *a posteriori* conhecidas e outras não. Nesse último caso o procedimento de amostragem é chamado de Amostrador de Gibbs com passos de Metropolis-Hastings.

Os critérios de convergência dos algoritmos Amostrador de Gibbs e Metropolis-Hastings são os mesmos, considerando que ambos são baseados nas cadeias de Markov. Nessas cadeias, espera-se que a convergência seja atingida após um número de iterações suficientemente grande e após o período de aquecimento, que na literatura também é denotado por *burn-in*. Considerando a possibilidade dos parâmetros amostrados serem altamente autocorrelacionados, utiliza-se um espaçamento de ordem k para resolução deste problema. A ideia desse espaçamento é selecionar uma amostra a cada k interações até que seja corrigida a autocorrelação da cadeia. O *burn-in* é identificado através do gráfico da cadeia do parâmetro amostrado e valor de k por meio do gráfico da autocorrelação do parâmetro amostrado. Diante disto, foram verificados os gráficos de autocorrelação e traços das cadeias através do Software R (R Core Team, 2014).

Apesar de ter utilizado a análise gráfica, existem outros métodos de analisar convergência como Critério de Geweke, Heidelberger & Welch, Raftery & Lewis, entre outros. Para maiores detalhes sobre convergência e Inferência Bayesiana conferir Nogueira (2004), Ehlers (2003), Schmidt e Sansó (2006) ou Gamerman, Louzada-Neto e Migon (2014).

2.4 Modelo Proposto

Como o interesse é propor um modelo probabilístico para os acidentes de transporte, aplicou-se o log da taxa de óbitos por acidentes de transporte, com intuito de utilizar o Modelo Normal, de modo que com esta transformação, a variável resposta está definida em \mathbb{R} .

Nesse trabalho, portanto, serão ajustados 2 modelos ao conjunto de dados observados: o Modelo de Regressão Linear Múltiplo Independente e o Modelo Autoregressivo Condicional Leroux. Sendo assim, a Subseção 2.4.1 descreverá brevemente o primeiro modelo e a Subseção 2.4.2 descreverá o segundo. Para selecionar qual modelo melhor se ajustou ao conjunto de dados, alguns critérios serão descritos na Seção 2.5.

Para ambos os modelos ajustados, considere a seguinte notação: Y_i como sendo o log da taxa de óbitos por acidentes de transporte na Unidade Federativa i , X_{ik} como sendo a k -ésima covariável da região i , \mathbf{X} a matriz de dimensão $n \times p$ com cada linha contendo o vetor de covariáveis da região i , $\boldsymbol{\beta}^T = (\beta_1, \dots, \beta_p)$ o vetor com p efeitos das covariáveis.

2.4.1 Modelo de Regressão Linear Múltiplo Independente

Nessa Subseção será descrito o Modelo de Regressão Linear Múltiplo Independente. O Modelo de Regressão Linear Múltiplo Independente MRLMI é utilizado quando há o interesse de avaliar uma variável, definida nos reais (\mathbb{R}), cuja relação estatística com as variáveis explicativas é dada de maneira linear. Nesses modelos, a média da distribuição da variável resposta se comporta de maneira sistemática com o comportamento das variáveis explicativas. O modelo é representado da seguinte forma:

$$Y_i = \mathbf{X}_i \boldsymbol{\beta} + \epsilon_i, \quad \epsilon_i \sim N(0, \nu^2), \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (2.16)$$

sendo:

- Y_i a variável dependente ou resposta de interesse na i -ésima localização $\forall i = 1, \dots, n$,
- $\mathbf{X}_i = (x_{i1}, \dots, x_{ip})$ o vetor de observações das p variáveis independentes ou explicativas do modelo para a i -ésima observação. Costuma-se atribuir o valor 1 ao primeiro elemento desse vetor e, nesse caso, β_1 representa o intercepto que é um efeito comum a todas as unidades i ,
- $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p)^T$ o vetor de coeficientes do modelo de dimensão p ,
- ϵ_i o erro aleatório ou ruído branco.

Conforme mencionado anteriormente, há uma relação linear entre a média da variável resposta e o preditor linear, e essa relação é dada por:

$$E(Y_i) = \mu_i = \mathbf{X}_i \boldsymbol{\beta} \quad (2.17)$$

Pela Equação (2.17) pode-se constatar que, o valor médio da variável resposta é uma função linear do vetor paramétrico $\boldsymbol{\beta}$ considerando que a matriz de covariáveis \mathbf{X} é conhecida.

O ruído branco incorpora o erro no processo sendo ele o responsável por diferenciar a relação estatística da relação determinística. Outra característica do MRLMI é que assume-se que esses erros aleatórios não são correlacionados, ou seja, $\text{Cov}(\epsilon_i, \epsilon_j) = 0, \forall i \neq j$.

j , logo, o erro da observação j não possui influência do erro da observação i . Além disto, dada as variáveis explicativas, a variável resposta é independente. Ademais, seus erros são independentes. É preciso verificar se as suposições de normalidade e homocedasticidade dos erros são satisfeitas no final do procedimento de inferência. Para isto, usualmente verifica-se o comportamento dos resíduos.

Sendo assim, sob a perspectiva bayesiana é necessário atribuir distribuições *a priori* para os parâmetros desconhecidos que neste caso é o vetor paramétrico $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\beta}, \nu^2)$. Usando o conceito de conjugação e assumindo que o parâmetro $\boldsymbol{\beta}$ é independente do parâmetro ν^2 , atribuiu-se uma distribuição normal para o parâmetro $\boldsymbol{\beta}$ e uma distribuição gama inversa para o parâmetro ν^2 . Logo, utilizou-se a seguinte distribuição *a priori*:

$$f(\boldsymbol{\beta}, \nu^2) = f(\boldsymbol{\beta})f(\nu^2), \quad (2.18)$$

tendo

$$\beta_k \sim N(0, \sigma_b^2), \quad \forall k = 1, \dots, p \quad (2.19)$$

$$\nu^2 \sim GI(a_\nu, b_\nu). \quad (2.20)$$

Considerando o MRLMI definido na Equação (2.16) e dado que uma amostra de tamanho n foi observada, ou seja, $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_n)$, sua função de verossimilhança é definida como:

$$\begin{aligned} f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\beta}, \nu^2) &= \prod_{i=1}^n f(y_i|\boldsymbol{\beta}, \nu^2) \\ &= \prod_{i=1}^n \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi\nu^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\nu^2}(y_i - x_i^T \boldsymbol{\beta}) \right\} \right] \\ &= (2\pi\nu^2)^{-\frac{n}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\nu^2} \sum_{i=1}^n (y_i - x_i^T \boldsymbol{\beta})^2 \right\} \end{aligned} \quad (2.21)$$

A igualdade decorre pois as variáveis Y_i são independentes e identicamente distribuídas (i.i.d).

Note que o interesse está em encontrar a distribuição *a posteriori* de $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\beta}, \nu^2)$. Inferindo sobre essa distribuição, é possível fazer inferência sobre os efeitos das covariáveis do modelo e sobre a dependência espacial. Combinando a função de verossimilhança com a distribuição *a priori*, tem-se que a distribuição *a posteriori* é dada da seguinte forma:

$$f(\boldsymbol{\beta}, \nu^2|\mathbf{y}) \propto f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\beta}, \nu^2)f(\boldsymbol{\beta})f(\nu^2) \quad (2.22)$$

Substituindo as distribuições da Equação (2.18) e a função de verosimilhança da Equação (2.21) na Equação (2.22), temos que a função de distribuição *a posteriori* do MRLMI é dada por:

$$f(\boldsymbol{\beta}, \nu^2 | \mathbf{y}) \propto (\nu^2)^{-\frac{n}{2} - (a_\nu + 1)} \exp \left\{ -\frac{b_\nu}{\nu^2} \right\} \exp \left\{ -\frac{\boldsymbol{\beta}^T \boldsymbol{\beta}}{2\sigma_\beta^2} \right\} \times \exp \left\{ -\frac{1}{2\nu^2} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \right\}. \quad (2.23)$$

Note que a distribuição *a posteriori* é desconhecida. Sendo assim, recorreu-se aos métodos de MCMC para amostrar dessa distribuição e, portanto, fez-se necessário obter as Distribuições Condicionais Completas *a posteriori* (DCCP) para usar o algoritmo do amostrador de Gibbs. As distribuições condicionais completas possuem a seguinte forma:

$$f(\nu^2 | \boldsymbol{\beta}, \mathbf{y}) \propto (\nu^2)^{-(\frac{n}{2} + a_\nu + 1)} \exp \left\{ -\frac{1}{\nu^2} \left[b_\nu + \frac{1}{2} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \right] \right\} \quad (2.24)$$

Sendo assim, a distribuição condicional completa *a posteriori* de ν^2 é conhecida. A função obtida na Equação (2.24) é a função de densidade de probabilidade de uma distribuição Gama Inversa com parâmetros $a_\nu + \frac{n}{2}$ e $b_\nu + \frac{1}{2} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})$ sendo denotado por $\tau^2 | \boldsymbol{\beta}, \mathbf{y} \sim GI(a_\nu + \frac{n}{2}, b_\nu + \frac{1}{2} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}))$.

ADCCP do vetor paramétrico $\boldsymbol{\beta}$ possui a seguinte forma

$$f(\boldsymbol{\beta} | \nu^2, \mathbf{y}) \propto \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{\boldsymbol{\beta}^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma_\beta^2} + \frac{1}{\nu^2} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \right] \right\} \propto \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\boldsymbol{\beta}^T \left(\frac{\mathbf{I}}{\sigma_\beta^2} + \frac{\mathbf{X}^T \mathbf{X}}{\nu^2} \right) \boldsymbol{\beta} - 2\boldsymbol{\beta}^T \left(\frac{\mathbf{X}^T \mathbf{y}}{\nu^2} \right) \right] \right\}. \quad (2.25)$$

Portanto, a DCCP de $\boldsymbol{\beta}$ é uma Normal com a seguinte forma:

$$\boldsymbol{\beta} | \nu^2, \mathbf{y} \sim N_p(\mathbf{m}_\beta, \boldsymbol{\Sigma}_\beta) \quad (2.26)$$

onde $\boldsymbol{\Sigma}_\beta^{-1} = \frac{\mathbf{I}}{\sigma_\beta^2} + \frac{\mathbf{X}^T \mathbf{X}}{\nu^2}$ e $\mathbf{m}_\beta = \boldsymbol{\Sigma}_\beta \frac{\mathbf{X}^T \mathbf{y}}{\nu^2}$.

Como as DCCP encontradas são conhecidas, foi utilizado o Amostrador de Gibbs para gerar amostras dos parâmetros desconhecidos.

2.4.2 Modelo Leroux

Nessa Subseção será descrito o Modelo Leroux, proposto por Leroux, Lei e Breslow (2000), cuja dependência espacial é definida através de um modelo autoregressivo

condicional CAR. Este modelo estrutura os efeitos aleatórios através de duas componentes: de dispersão e dependência espacial. Este modelo torna-se vantajoso frente a outros modelos mais usuais devido a incorporação de um parâmetro de correlação espacial que irá mensurar o grau de associação entre o valor do atributo de determinada região com os valores de seus vizinhos. Dito isto, o Modelo Leroux é definido por:

$$\begin{aligned}
Y_i &= \mathbf{X}_i \boldsymbol{\beta} + \phi_i + \epsilon_i, \quad \epsilon_i \sim N(0, \nu^2) \\
\phi_i | \boldsymbol{\phi}_{-i}, \tau^2, \rho &\sim N\left(\frac{\rho \sum_{j=1}^n w_{i,j} \phi_j}{1 - \rho + \rho \sum_{j=1}^n w_{i,j}}, \frac{\tau^2}{1 - \rho + \rho \sum_{j=1}^n w_{i,j}}\right) \\
\beta_k &\stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_\beta^2) \\
\nu^2 &\sim GI(a_\nu, b_\nu) \\
\tau^2 &\sim GI(a_\tau, b_\tau) \\
\rho &\sim U(0, 1)
\end{aligned} \tag{2.27}$$

onde ϕ_i são os efeitos aleatórios espaciais, ρ o parâmetro de correlação espacial pertencente ao intervalo $[0,1]$ e τ^2 um parâmetro associado a variância dos efeitos espaciais. Uma das vantagens desse modelo é que permite uma flexibilidade em relação ao grau de associação espacial. Nos cenários em que essa dependência for forte, ρ assumirá valores próximos a 1, e quando ocorre a igualdade, o modelo é dito intrínseco. Já se ρ é 0, não há dependência espacial e diz-se que o modelo é independente espacialmente. Nos cenários em que ρ assume valores intermediários, o modelo também consegue incorporar essa informação, pois o parâmetro servirá para ponderar a média dos efeitos vizinhos nas regiões. Note que o parâmetro ρ foi acrescentado como forma de capturar somente a dependência espacial do modelo, enquanto τ^2 é responsável por mensurar a superdispersão dos dados.

Logo, sua função de verossimilhança é definida como:

$$\begin{aligned}
f(\mathbf{y} | \boldsymbol{\beta}, \nu^2, \phi_1, \dots, \phi_n) &= \prod_{i=1}^n f(y_i | \boldsymbol{\beta}, \nu^2, \phi_i) \\
&= \prod_{i=1}^n \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi\nu^2}} \exp\left(-\frac{1}{2\nu^2}(y_i - (\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta} + \phi_i))^2\right) \right] \\
&= (2\pi\nu^2)^{-\frac{n}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2\nu^2} \sum_{i=1}^n (y_i - (\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta} + \phi_i))^2\right]
\end{aligned} \tag{2.28}$$

A primeira igualdade decorre devido a suposição dos Y_i serem variáveis i.i.d.

Em inferência Bayesiana, a distribuição *a posteriori* é definida através do Teorema de Bayes, que será proporcional ao produto da verossimilhança com a distribuição *a priori*.

Como a priori os parâmetros são independentes, podemos desmembrar a distribuição *a priori* como o produto das seguintes distribuições:

$$f(\boldsymbol{\beta}) = (2\pi\sigma_\beta)^{-p/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_\beta^2} \boldsymbol{\beta}^T \boldsymbol{\beta} \right\} \quad (2.29)$$

$$f(\nu^2) = \frac{b_\nu^{a_\nu}}{\Gamma(a_\nu)} (\nu^2)^{-(a_\nu+1)} \exp \left\{ -\frac{b_\nu}{\nu^2} \right\} \quad (2.30)$$

$$f(\tau^2) = \frac{b_\tau^{a_\tau}}{\Gamma(a_\tau)} (\tau^2)^{-(a_\tau+1)} \exp \left\{ -\frac{b_\tau}{\tau^2} \right\} \quad (2.31)$$

$$f(\rho) = 1, \quad 0 \leq \rho \leq 1 \quad (2.32)$$

Sabendo a distribuição de ϕ_i , é possível definir sua função de densidade de probabilidade. Note que ϕ depende das quantidades ρ e τ^2 . Sendo assim, a função de densidade de probabilidade da distribuição de $\boldsymbol{\phi}$ é dada por:

$$f(\phi_i | \boldsymbol{\phi}_{-i}, \rho, \tau^2) = \left(\frac{2\pi\tau^2}{1 - \rho + \rho \sum_{j=1}^n w_{i,j}} \right)^{-1/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\phi_i - \frac{\rho \sum_{j=1}^n w_{i,j} \phi_j}{1 - \rho + \rho \sum_{j=1}^n w_{i,j}} \right)^2 \times \left(\frac{1 - \rho + \rho \sum_{j=1}^n w_{i,j}}{\tau^2} \right)^2 \right\}, \quad -\infty < \phi_i < \infty \quad (2.33)$$

Sendo assim, sob o Modelo Leroux, temos que a distribuição *a posteriori* é a seguinte:

$$f(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{y}) \propto f(\mathbf{y} | \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\phi}, \nu^2) f(\boldsymbol{\beta}) f(\nu^2) f(\rho) f(\tau^2) \prod_{i=1}^n f(\phi_i | \boldsymbol{\phi}_{-i}, \rho, \tau^2), \quad (2.34)$$

onde $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\phi}, \nu^2, \tau^2, \rho)$.

Substituindo as Equações (2.29), (2.30), (2.33), (2.31) e (2.32) na Equação (2.34), tem-se que a distribuição *a posteriori* é:

$$f(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{y}) \propto \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_\beta^2} \boldsymbol{\beta}^T \boldsymbol{\beta} \right\} (\nu^2)^{-(a_\nu+1)} \exp \left\{ -\frac{b_\nu}{\nu^2} \right\} \times (\tau^2)^{-(a_\tau+1)} \exp \left\{ -\frac{b_\tau}{\tau^2} \right\} \left(\frac{2\pi\tau^2}{1 - \rho + \rho \sum_{j=1}^n w_{i,j}} \right)^{-1/2} \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\phi_i - \frac{\rho \sum_{j=1}^n w_{i,j} \phi_j}{1 - \rho + \rho \sum_{j=1}^n w_{i,j}} \right)^2 \times \left(\frac{1 - \rho + \rho \sum_{j=1}^n w_{i,j}}{\tau^2} \right)^2 \right\} \quad (2.35)$$

Note que a função de distribuição descrita na Equação (2.35) não é conhecida. Diante disto, é necessário encontrar as DCCP para utilizar o MCMC. Sendo assim, conhecendo a

função de verosimilhança e as distribuições marginais dos parâmetros, consegue-se obter as DCCP através do Teorema de Bayes. Para o Modelo Leroux, tem-se as seguintes DCCP:

$$\begin{aligned}
f(\nu^2|\boldsymbol{\theta}, \mathbf{y}) &\propto f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\phi}, \tau^2, \nu^2)f(\nu^2) \\
&= (\nu^2)^{-\frac{n}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2\nu^2} \sum_{i=1}^n [y_i - (\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta} + \phi_i)]^2\right\} (\nu^2)^{-(a_\nu+1)} \exp\left\{\frac{-b_\nu}{\nu^2}\right\} \\
&= (\nu^2)^{-(a_\nu+\frac{n}{2}+1)} \exp\left\{-\frac{1}{\nu^2} \left[b_\nu + \frac{1}{2\nu^2} \sum_{i=1}^n [(y_i - (\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta} + \phi_i))^2]\right]\right\} \quad (2.36)
\end{aligned}$$

Logo, a DCCP de ν^2 é conhecida. A função obtida na Equação (2.36) é a função de densidade de probabilidade de uma distribuição Gama Inversa com parâmetros $a_\nu + \frac{n}{2}$ e $b_\nu + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n [(y_i - (\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} + \phi_i))^2]$ sendo denotado por:

$$\nu^2|\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\phi}, \mathbf{y} \sim GI\left(a_\nu + \frac{n}{2}, b_\nu + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n [(y_i - (\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} + \phi_i))^2]\right) \quad (2.37)$$

A DCCP de $\boldsymbol{\beta}$ também é obtida de maneira análoga utilizando o Teorema de Bayes e possui a seguinte forma

$$\begin{aligned}
f(\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\theta}, \mathbf{y}) &\propto f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\phi}, \nu^2)f(\boldsymbol{\beta}) \\
&\propto \exp\left\{-\frac{1}{2\nu^2} [\mathbf{y} - (\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\phi})]^T [\mathbf{y} - (\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\phi})] - \frac{1}{2\sigma_\beta^2} \boldsymbol{\beta}^T \boldsymbol{\beta}\right\} \\
&\propto \exp\left\{-\frac{1}{2} \left[\boldsymbol{\beta}^T \left(\frac{\mathbf{I}}{\sigma_\beta^2} + \frac{\mathbf{X}^T \mathbf{X}}{\nu^2}\right) \boldsymbol{\beta} - \frac{2}{\nu^2} \boldsymbol{\beta}^T (\mathbf{X}^T (\mathbf{y} - \boldsymbol{\phi}))\right]\right\}. \quad (2.38)
\end{aligned}$$

A função obtida na Equação (2.38) é a função de densidade de probabilidade de uma distribuição Normal Multivariada com vetor de médias $\mathbf{m}_{2\beta} = \boldsymbol{\Sigma}_\beta \frac{\mathbf{X}^T (\mathbf{y} - \boldsymbol{\phi})}{\nu^2}$ e matriz de covariância $\boldsymbol{\Sigma}_\beta^{-1} = \left(\frac{\mathbf{I}}{\sigma_\beta^2} + \frac{\mathbf{X}^T \mathbf{X}}{\nu^2}\right)$ sendo denotado por:

$$\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\phi}, \nu^2, \mathbf{y} \sim N_n(\mathbf{m}_{2\beta}, \boldsymbol{\Sigma}_\beta). \quad (2.39)$$

Foi utilizado o pacote “CARBayes” (LEE, 2013) do Software R (R Core Team, 2014) para gerar as cadeias dos parâmetros.

2.5 Seleção do modelo

Considerando a quantidade de modelos propostos, é necessário verificar qual dos modelos ajustados se adequou mais aos dados obedecendo o princípio da parcimônia. Para isto, serão utilizadas neste estudo duas medidas: o DIC e o EQM. As informações sobre essas medidas estão dispostas, respectivamente, nas Subseções 2.5.1 e 2.5.2.

2.5.1 Critério de Informação do Desvio (DIC)

Proposto em Spiegelhalter et al. (2002), o DIC é um dos critérios bayesianos mais utilizados para seleção de modelos. Assim como critérios clássicos, quanto menor sua medida melhor. Este critério leva em consideração o desvio médio esperado e a diferença entre o desvio médio esperado e os desvios das estimativas pontuais a posteriori. O DIC possui a seguinte forma:

$$DIC = p_{De} + \bar{D}e \quad (2.40)$$

sendo $\bar{D}e = E_{\theta}(De(\theta))$ o desvio médio esperado e $p_{De} = \bar{D}e - De(\hat{\theta})$ a diferença entre o desvio médio esperado e os desvios das estimativas pontuais a posteriori mencionadas anteriormente. Além disto, De é a função desvio onde $De(\theta) = -2 \log f(\mathbf{y}|\theta)$.

2.5.2 Erro Quadrático Médio (EQM)

O EQM nada mais é que o valor esperado da diferença ao quadrado entre os valores estimados para os parâmetros e seus valores verdadeiros. Sendo assim, esta medida mede o quão próximos os estimadores estão dos parâmetros. Conforme (BUSSAB; MORETTIN, 2010), esta medida comparativa é definida da seguinte forma:

Definição 1 *Chama-se erro quadrático médio (EQM) do estimador T ao valor*

$$EQM(T; \theta) = E(e^2) = E(T - \theta)^2 \quad (2.41)$$

Note que o EQM mensura a precisão dos estimadores. Sendo assim, quanto menor for esta medida, melhor serão os estimadores para as quantidades desconhecidas.

3 Análise dos Resultados

Neste capítulo serão discutidos os resultados encontrados com base na análise dos dados encontrados. O capítulo está dividido em 2 Seções, sendo a Seção 3.1 referente a análise descritiva realizada inicialmente, e a Seção 3.2 traz a discussão e critérios de escolha do modelo.

3.1 Análise Descritiva

Inicialmente realizou-se uma análise descritiva dos dados a fim de compreender melhor a base de trabalho e sua natureza. Conforme a Figura 2, a localidade em que houve maior número ocorreram 4549 óbitos por acidente de transporte sendo este o estado de São Paulo . Concomitantemente, o estado do Amapá registrou o menor número de óbitos, sendo de 68 em números absolutos. O número médio de óbitos considerando todas as 27 Unidades Federativas foi de 1210 óbitos. Além disto, 50% dos estados apresentaram números de mortes superiores a 992 no ano de análise, correspondendo a uma média mensal de 83 óbitos. No entanto, é importante considerar a população de cada localidade, pois espera-se que em regiões mais populosas haja mais óbitos devido a população suscetível ao acidente de transporte. Diante disto, avaliou-se o logarítmo natural das taxas de óbitos por acidentes de transporte, ou seja, o logarítmo do número de óbitos dividido pelo tamanho populacional de cada localidade. Ainda assim, Amapá foi responsável pela menor taxa de óbitos por acidentes de transporte em 2018. No entanto, São Paulo que apresentou maior número absoluto, obteve a 2^a menor taxa de óbitos.

	Min.	Q1	Median	Mean	Q3	Max.
Óbitos	68.00	449.50	992.00	1209.44	1583.50	4549.00
Log(Taxa)	-9.41	-8.83	-8.66	-8.68	-8.47	-8.05

Tabela 2: Medidas resumo para a variável resposta

Nota-se que, segundo a Figura 1, mais da metade dos estados brasileiros apresentaram log das taxas entre -8,4 e -8,8. Apenas 3 estados apresentaram taxas maiores e 7 taxas

menores, indicando 3 possíveis outliers. Avaliando o boxplot, parece haver uma observação não usual, sendo esta referente ao log da taxa do Estado do Amapá. Apesar dela ser enquadrada como não usual, a mesma não foi retirada por não se tratar de erro de digitação, coleta, medida ou qualquer outro motivo que justificasse a retirada da mesma.

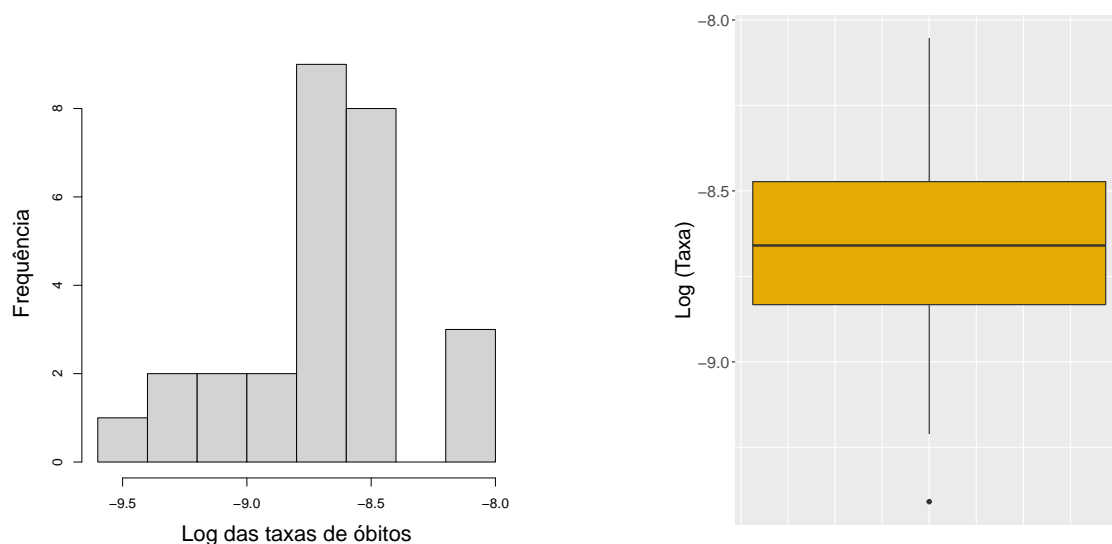


Figura 1: Histograma e boxplot do log das taxas de óbitos por acidentes de transporte no Brasil

Foram elaborados mapas coropléticos para o log das taxas de óbitos por acidentes de transporte nas Unidades Federativas brasileiras, no ano de 2018. Este mapa foi construído de forma que cores mais claras corresponderam a menor incidência do fenômeno na localidade e cores mais escuras, maior incidência. Avaliando a Figura 2, destaca-se a região Norte com menores taxas de óbitos por acidentes de transporte, especificamente os estados de Amapá, Acre e Amazonas. Além disto, a região sudeste não apresentou altas taxas, em especial o estado de São Paulo. É na região Centro-Oeste que a dependência espacial parece ser mais clara. Nota-se que conforme se aproxima desta região, maiores as taxas de óbitos, sendo Mato Grosso o estado com maior taxa apresentada. Outros estados próximos a Mato Grosso também apresentaram as maiores taxas, sendo eles em ordem decrescente: Tocantins, Piauí, Goiás e Rondônia. Nota-se que somente Piauí não possui fronteira ou vértice com o Estado. As regiões Sudeste e Norte também são indícios de dependência espacial, pois a medida que aproxima-se dessas regiões, menores as taxas.

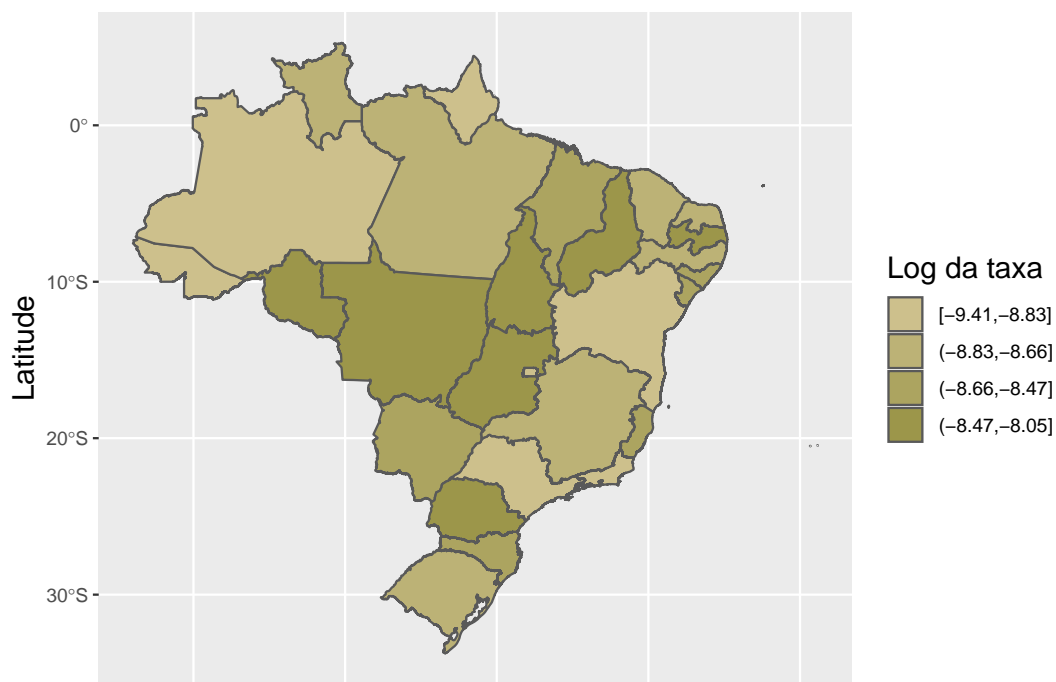


Figura 2: Mapa coroplético graduado em quartis

Como as divisões por quartis deixam números iguais de regiões em cada categoria, dificulta a identificação de observações não usuais. Então, além da divisão por quartis, avaliou-se os mapas coropléticos cujas divisões foram por intervalos iguais. Essa forma de classificação, disposto na Figura 3, não apresentou grandes alterações em relação ao mapa com os quartis, havendo apenas uma suavização do mapa e redução do número de estados nas categorias das extremidades, não havendo indícios de observações não usuais. O Índice de Moran obtido foi de 0,217 indicando que regiões vizinhas apresentaram número de óbitos semelhantes. O p-valor obtido 0,01475 indicou que houve evidências de que o verdadeiro valor de I de Moran é maior que 0, pois a probabilidade de se observar valores mais extremos que o observado é baixa, indicando que o observado já encontra-se no extremo. Em outras palavras, houve evidência estatística de que uma dependência espacial é acometida na região em relação ao número de óbitos. Considerando as taxas, o p-valor foi de 0,034 ainda rejeitando a hipótese de aleatoriedade espacial. No entanto, quando avaliou-se o log das taxas de óbitos por acidentes de transporte, com base em um nível de significância de 0,05 e o p-valor obtido de 0,069, não foi rejeitada a hipótese nula, indicando que não houve associação espacial. A Estatística C de Geary em nenhum dos cenários tanto pros óbitos, quanto taxas e log das taxas, não indicou associação espacial. A estatística de teste obtida para os óbitos por acidentes de transporte foi de 0,8241 e ao contrário do que observado pro teste I de Moran, não houve evidências de que houve

dependência espacial na área de estudo, considerando que o p-valor obtido foi de 0,7706. Para as taxas e log das taxas os p-valores foram, respectivamente, 0,5506 e 0,7688 também indicando que não houve dependência espacial.

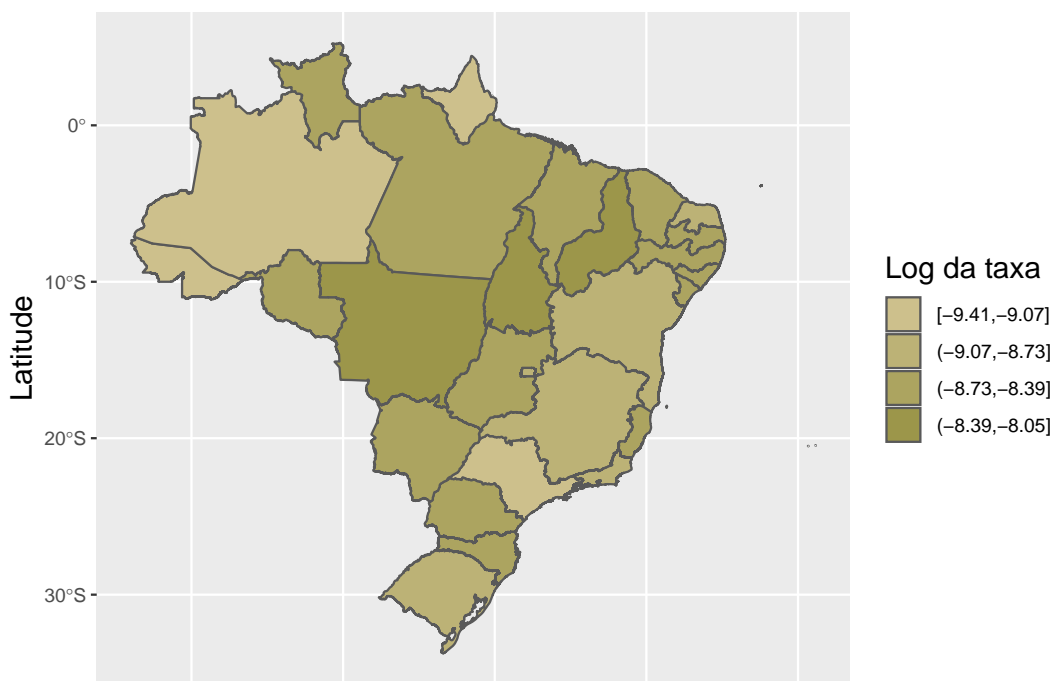


Figura 3: Mapa coroplético graduado em intervalos iguais

Das covariáveis analisadas, de acordo com a Figura 4 apenas as covariáveis IG e PEMC apresentaram correlações ao mínimo moderada com o log da taxa de óbitos, denotada por “Itaxa”. Diante disto, essas covariáveis foram consideradas como explicativas da variável resposta. A covariável IG apresentou correlação de -0,448 e PEMC correlação de -0,535.

Com intuito de verificar a multicolinearidade entre as covariáveis, ou seja, uma quase dependência linear entre as covariáveis, mediu-se a correlação entre elas. Esta verificação é importante a medida que na presença de multicolinearidade, os intervalos gerados para os coeficientes são grandes ocasionando em erro na tomada de decisão, inferindo que um efeito é não significativo quando na verdade é. A correlação entre elas foi de 0,09, conforme Figura 4, sendo considerada uma correlação desprezível.

A variável IG apresentou maior variabilidade em relação a PEMC, havendo nesta última a presença de uma observação não usual, destacada na Figura 5. Esta observação não será retirada da análise pois não há indícios de erro na inclusão dela na base de dados.

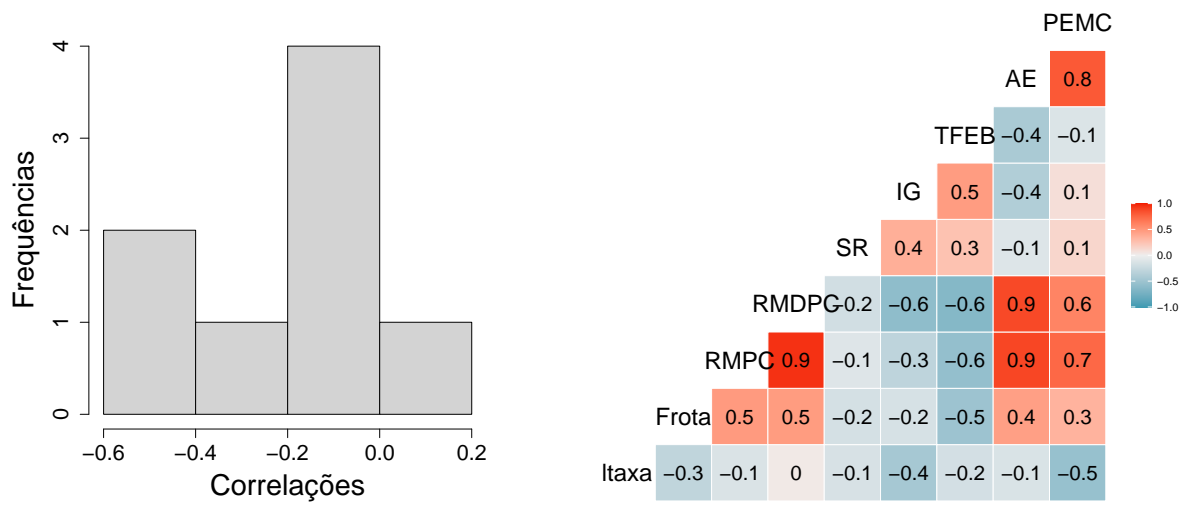


Figura 4: Correlações entre Covariáveis e variável resposta

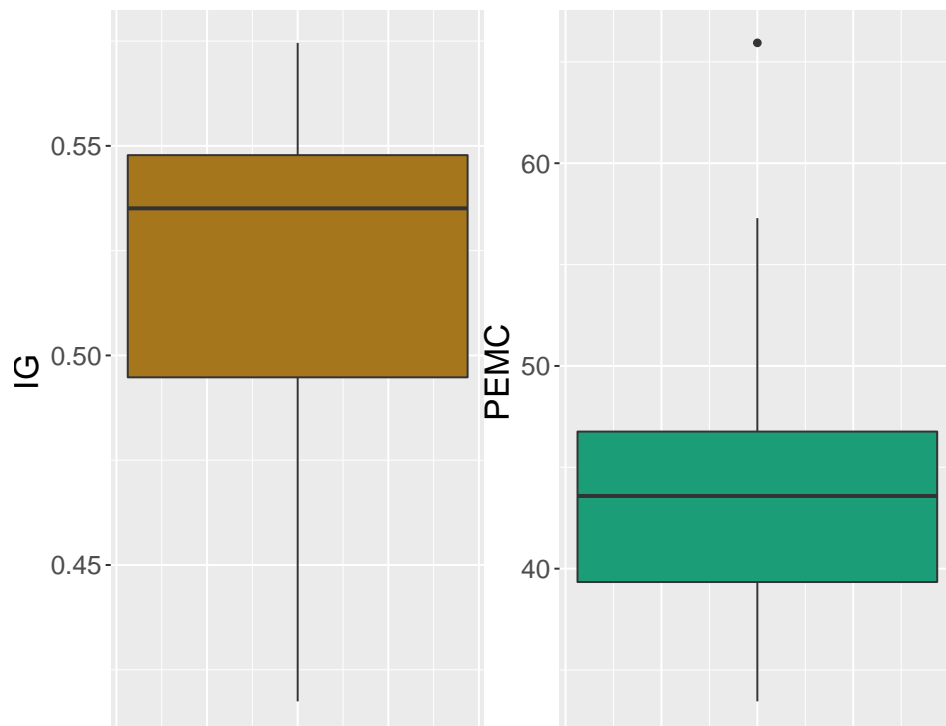


Figura 5: Boxplots das Covariáveis IG e PEMC

3.2 Modelo escolhido

Foram avaliados os modelos com as covariáveis IG e PEMC, tanto utilizando um modelo independente quanto um modelo CAR Leroux. Em ambos os cenários, houve convergência e os parâmetros foram significativos. Mais detalhes podem ser vistos no Apêndice 1. Dado que ambos os modelos apresentaram convergência e as suposições de normalidade e homocedasticidade dos resíduos foram verificadas, recorreu-se às medidas DIC e o Erro quadrático médio com intuito de escolher qual dos modelos propostos apresentou melhor comportamento para explicar o log dos óbitos por acidentes de transporte. Foram avaliados também os modelos com e sem intercepto, além das combinações das covariáveis IG e PEMC.

Na Tabela 3, verifica-se que em relação ao modelo independente, os que continham intercepto e as covariáveis IG e PEMC apresentaram menor medida EQM. No entanto, o modelo com apenas a covariável PEMC apresentou menor medida DIC, indicando que este era o modelo mais parcimonioso em relação aos modelos independentes dado que quanto menor são esses valores, melhor é o ajuste do modelo.

Modelo	EQM	DIC
Intercepto+IG+PEMC	0.061	12.347
Intercepto+IG	0.089	9.093
Intercepto+PEMC	0.079	8.411
Intercepto	0.111	10.335
IG	0.298	6.785
PEMC	1.794	3.27

Tabela 3: Tabela de Comparação dos Modelos Independente

Os modelos independentes só foram melhores nos modelos que levavam em consideração somente o IG e PEMC separadamente. Os modelos espaciais com e sem a variável PEMC apresentaram comportamento bem semelhantes, tanto em relação a medida DIC quanto ao EQM. Os demais modelos apresentaram maior valores para ambas as medidas. Sendo assim, com intuito de respeitar o princípio da parcimônia, foi escolhido o 2º modelo espacial para representar o conjunto de dados, pois apresentou menor DIC

Comparando os modelos CAR Leroux, dispostos na Tabela 4, com os modelos independentes, na Tabela 3, nota-se que os que continha a estrutura espacial apresentaram

Modelo	EQM	DIC
Intercepto+IG+PEMC	0.001	-31.841
Intercepto+IG	0.001	-32.207
Intercepto+PEMC	0.002	-31.145
Intercepto	0.002	-30.055
IG	75.411	197.57
PEMC	75.399	197.516

Tabela 4: Tabela de Comparação dos Modelos CAR Leroux

menor EQM e DIC. Portanto, o modelo em negrito foi o escolhido, pois apresentou as menores medidas sendo definido por:

$$\begin{aligned}
Y_i &= X_{1i}\beta_1 + X_{2i}\beta_2 + \phi_i + \epsilon_i, \quad \epsilon_i \sim N(0, \nu^2), \quad i = 1, \dots, 27 \\
\phi_i | \phi_{-i}, \tau^2, \rho &\sim N\left(\frac{\rho \sum_{j=1}^p w_{i,j} \phi_j}{1 - \rho + \rho \sum_{j=1}^p w_{i,j}}, \frac{\tau^2}{1 - \rho + \rho \sum_{j=1}^p w_{i,j}}\right) \\
\beta_1 &\sim N(0, \sigma_\beta^2 = 1000) \\
\beta_2 &\sim N(0, \sigma_\beta^2 = 1000) \\
\nu^2 &\sim GI(a_\nu = 2, b_\nu = 1) \\
\tau^2 &\sim GI(a_\tau = 2, b_\tau = 1) \\
\rho &\sim U(0, 1)
\end{aligned} \tag{3.1}$$

onde:

- Y_i é o log da taxa de óbitos por acidentes de transporte na i -ésima Unidade da Federação, $i = 1, \dots, 27$

- $X_{1i} = 1$ o elemento do vetor associado ao intercepto, $\forall i = 1, \dots, 27$

- β_1 o intercepto

- X_{2i} o Índice de Gini mensurado na i -ésima Unidade da Federação, $\forall i = 1, \dots, 27$

- β_2 o efeito do Índice de Gini no log da taxa de óbitos

- ϕ_i o efeito aleatórios espaciais na i -ésima Unidade da Federação, $i = 1, \dots, 27$

- ϵ_i o erro aleatório na i -ésima Unidade da Federação, $i = 1, \dots, 27$

- ν^2 o parâmetro associado a variância dos erros aleatórios

- $\rho \in [0, 1]$ o parâmetro de correlação espacial

- τ^2 o parâmetro associado a variância dos efeitos espaciais

Com base na Tabela 5, há evidências de que a média do log das taxas de óbitos por acidentes de transporte no Brasil é de -5.82. Sendo assim, aplicando a função inversa, conclui-se que a taxa média de óbitos por acidentes de transporte nas Unidades da Federação é de 0,003. A interpretação de β_2 é referente ao Índice de Gini, ou seja, o acréscimo em uma unidade no Índice de Gini representa a redução em -5,44 do log da taxa de acidentes de transporte. Em relação a taxa de óbitos, o acréscimo em uma unidade no Índice de Gini acarretou em uma redução de 99,6% na taxa de óbitos por esses acidentes. Em relação ao parâmetro espacial ρ , verificou-se que a dependência espacial mediana foi de 0,51, ou seja, as Unidades da Federação apresentaram uma dependência espacial moderada em relação aos seus vizinhos. No entanto, nota-se que foi gerado um intervalo de credibilidade grande para este parâmetro. Talvez cadeias maiores apesar de aumentar o tempo computacional, possa reduzir a incerteza sobre este parâmetro.

Parâmetros	Medianas	$IC_{95\%}$
β_1	-5,82	[-8,11,-3,68]
β_2	-5,44	[-9,49,-1,02]
ν^2	0,01	[0,00,0,05]
τ^2	0,20	[0,11,0,39]
ρ	0,51	[0,12,0,92]

Tabela 5: Tabela de Estimativas pontuais e intervalares dos parâmetros do modelo escolhido

Além de apresentar menor Erro Quadrático Médio e medida DIC, o modelo escolhido também apresentou convergência, sendo um bom modelo para descrever os dados. De acordo com a Figura 6 nota-se que apenas a cadeia de β_2 atinge em algumas iterações o valor 0, no entanto ocorre com baixa frequência. Os parâmetros amostrados se mostraram não correlacionados, não sendo necessário aumentar o espaçamento da cadeia, podendo ser evidenciado na Figura 7. Note que a maioria das cadeias apresentaram uma queda abrupta na correlação. A cadeia de ρ apresentou um comportamento mais lento, no entanto, em poucas iterações as correlações se estabelecem em um patamar aceitável.

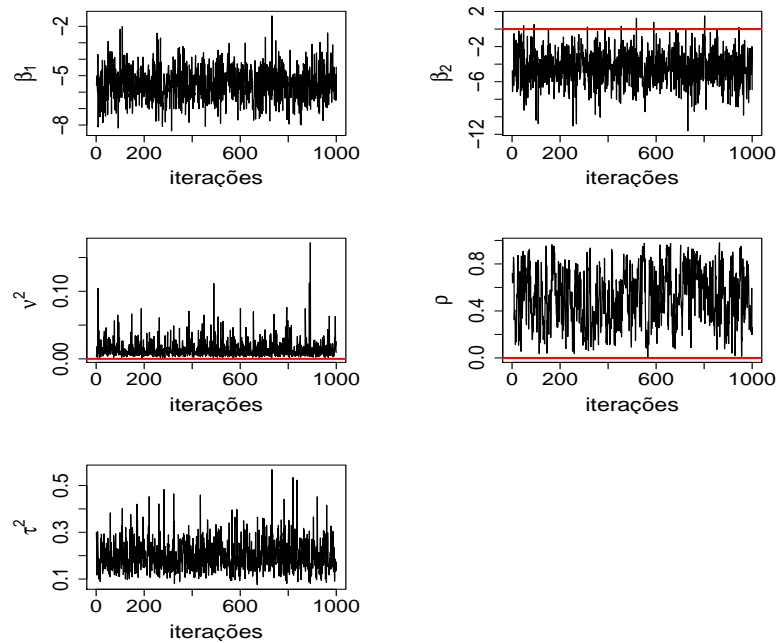


Figura 6: Traço das cadeias dos parâmetros β_1 , β_2 , ν^2 , ρ e τ^2 do modelo espacial escolhido

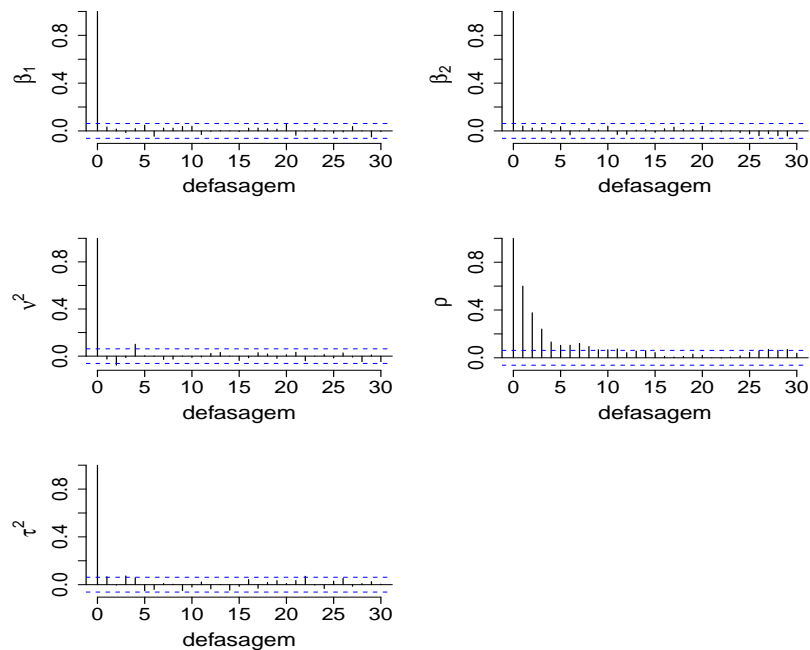


Figura 7: Correlação das cadeias dos parâmetros β_1 , β_2 , ν^2 , ρ e τ^2 do modelo espacial escolhido

Note que ao contrário dos demais modelos, todas as cadeias dos parâmetros do modelo em que considerou apenas o Índice de Gini não contemplaram o 0 em seu intervalo de Credibilidade, como ilustrado na Figura 8. Diante disto, houve indícios de que o

intercepto e o Índice de Gini foram significativos. Além disto, as distribuições *a posteriori* indicam que o parâmetro de dependência espacial é significativo, sendo necessário levar em consideração a estrutura espacial na modelagem probabilística. Em relação a ν^2 , era esperado que a média *a posteriori* fosse diferente mas próximo de 0, pois este parâmetro traz a informação dos erros de medida associados ao processo.

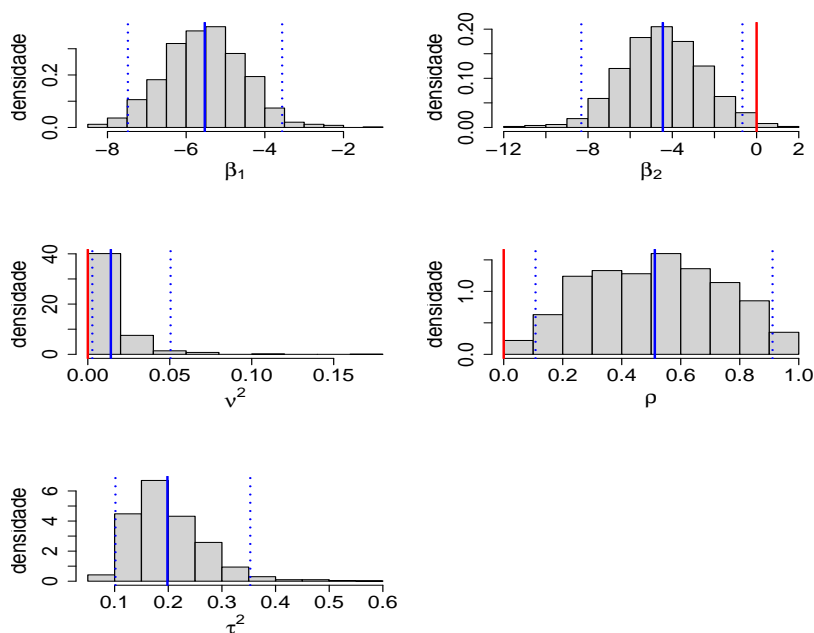


Figura 8: Histograma das distribuições *a posteriori* dos parâmetros β_1 , β_2 , ν^2 , ρ e τ^2 do modelo espacial escolhido

Em relação aos efeitos espaciais, os traços das cadeias dos parâmetros indicaram que houve convergência. Apesar das cadeias cruzarem a linha vermelha que demarca quanto a cadeia se aproxima de 0, apenas ϕ_1 , ϕ_{16} e ϕ_{18} parecem apresentar médias a posterior próximas de 0. O comportamento aleatório em torno de um alinhamento horizontal foi verificado nas cadeias, conforme 9.

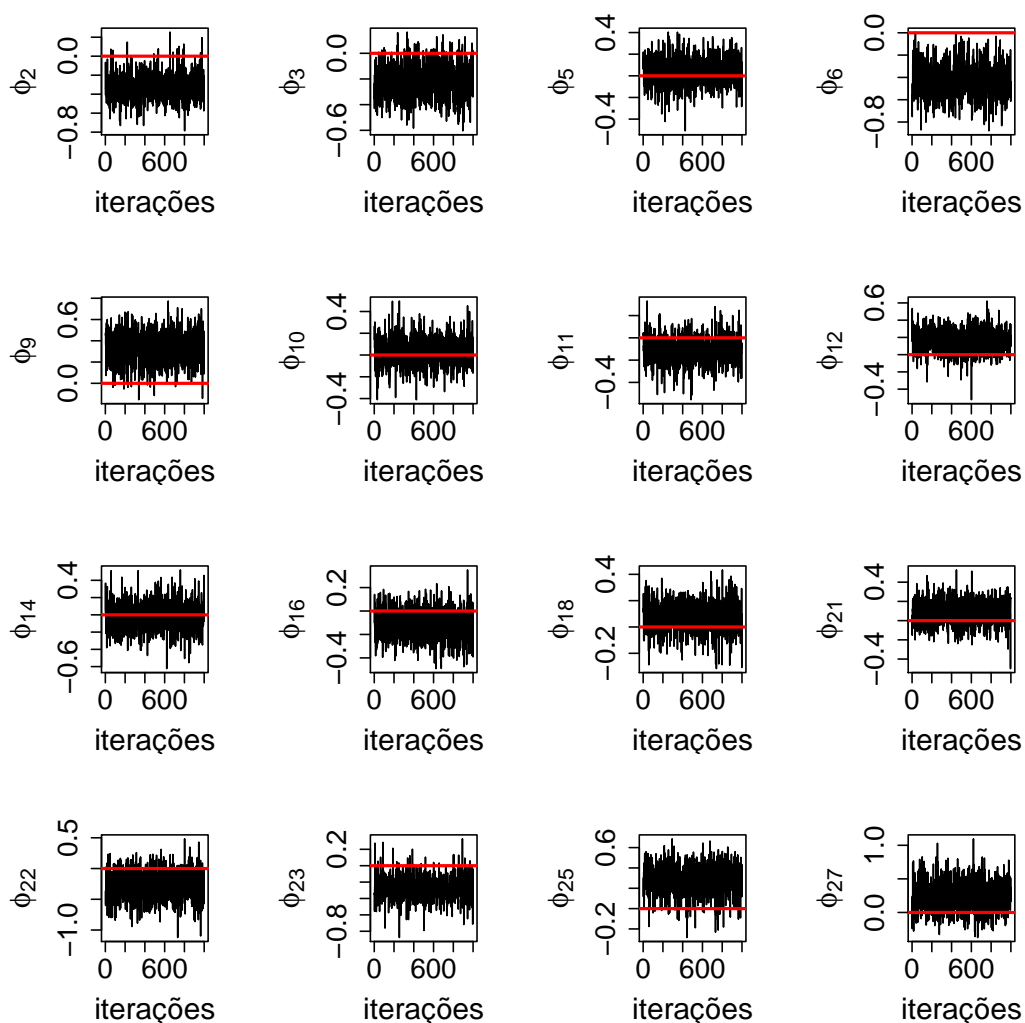


Figura 9: Traços dos efeitos espaciais do modelo espacial escolhido

Considerando a Figura 10, verifica-se que as distribuições *a posteriori* dos efeitos espaciais, responsáveis por explicar a dependência espacial nas Unidades da Federação, não apresentaram correlações significativas. Note que a autocorrelação decai para um patamar não significativa de maneira rápida, sendo um comportamento normal quando os parâmetros amostrados não são autocorrelacionados.

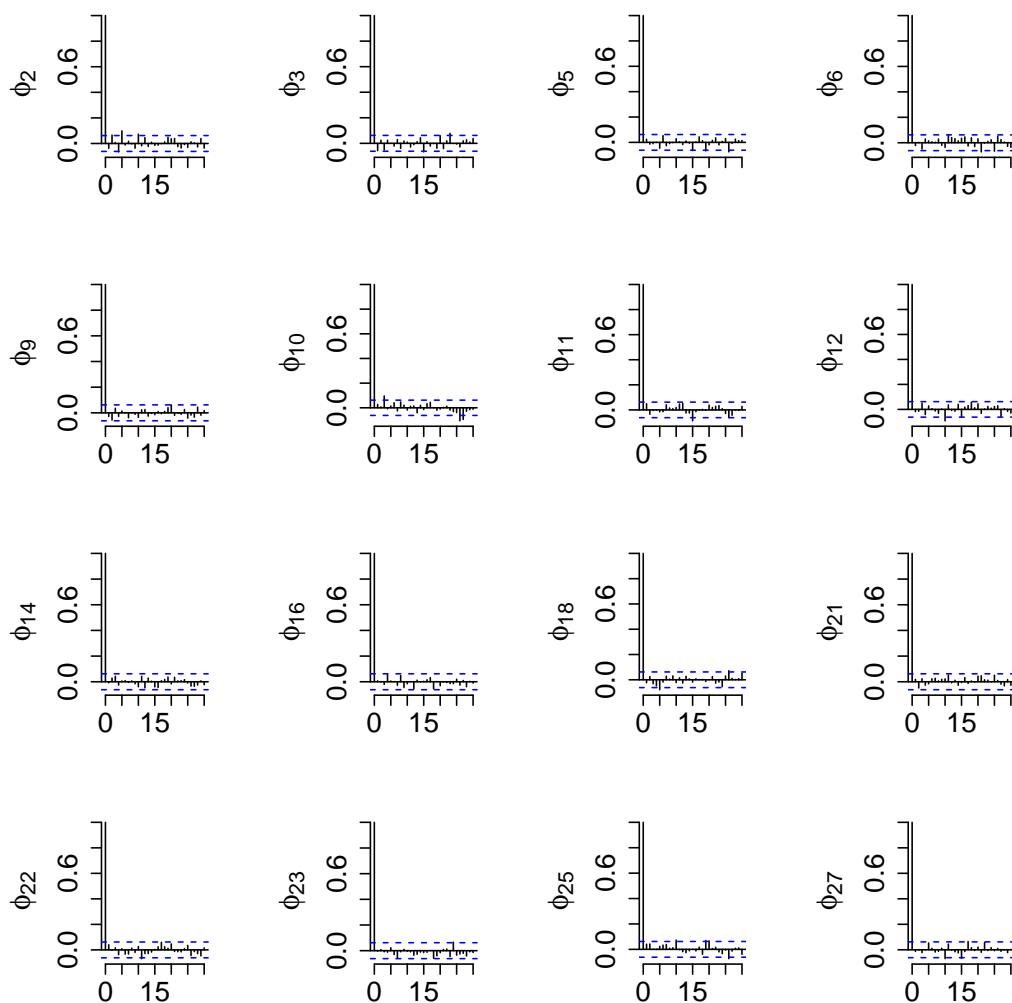


Figura 10: Correlações dos efeitos espaciais do modelo espacial escolhido

Para avaliar os efeitos estruturados espacialmente foram sorteados 16 localidades. Verificou-se, conforme Figura 11 que 5 dos 16 efeitos obtiveram 0 fora do intervalo de credibilidade, sendo nessas localidades os efeitos espaciais significativos. Ademais, outras 4 localidades apresentaram 0 na cauda distribuição, sugerindo que mesmo que a probabilidade de não haver dependencia espacial nessas localidades é pequena.

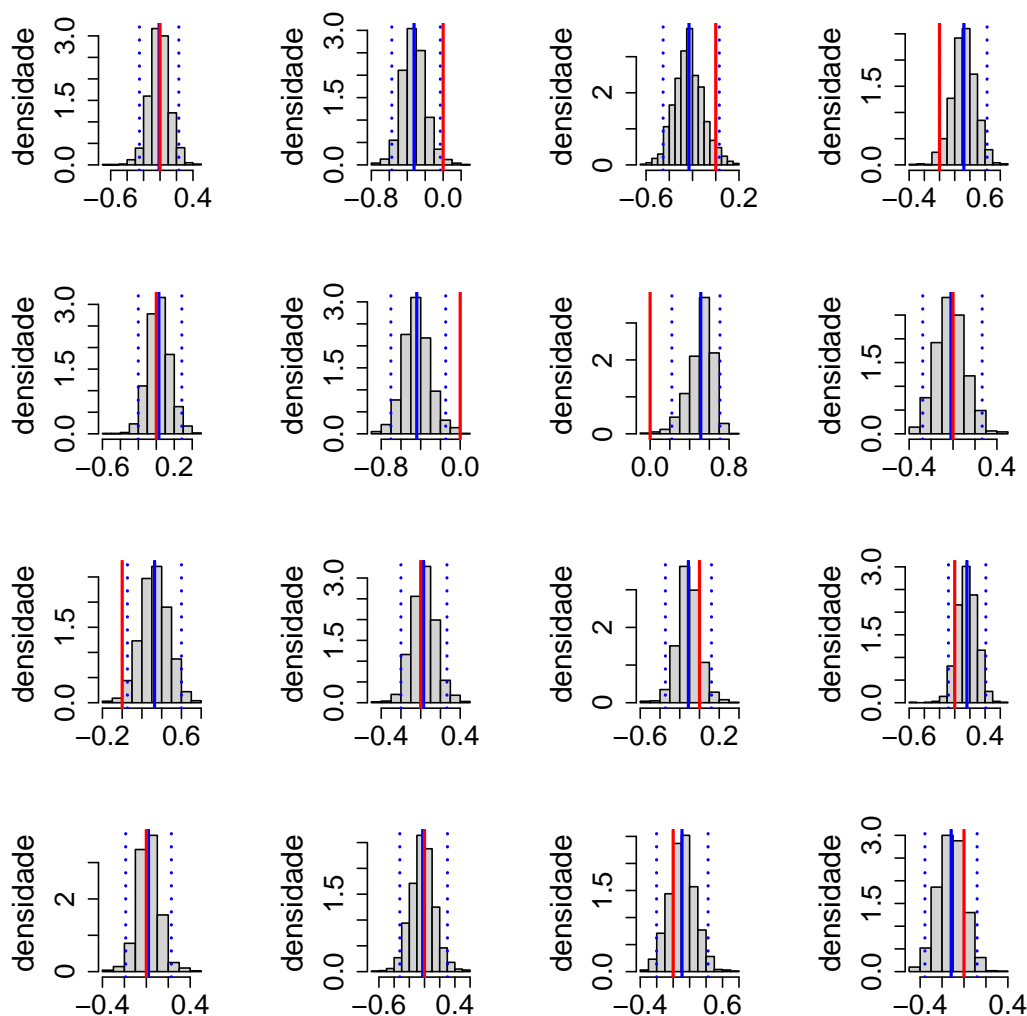


Figura 11: Histogramas dos efeitos espaciais *a posteriori* do modelo escolhido

Das 27 localidades, nota-se que 12 apresentaram efeitos espaciais significativos, pois não estavam centradas no 0, e a Figura 12 traz a informação de 16 desses efeitos. Os efeitos significativos encontrados foram correspondentes as localidades 2,3,4,6,7,9,12,17,20,23,25,27 correspondendo as Unidades Federativas Acre, Amazonas, Roraima, Amapá, Tocantins, Piauí, Paraíba, Minas Gerais, São Paulo, Rio Grande do Sul, Mato Grosso e Distrito Federal. Nota-se que os efeitos espaciais significativos estiveram em sua maioria presente nas regiões Norte e Nordeste. Sendo assim, essas regiões são altamente influenciadas pelos seus vizinhos.

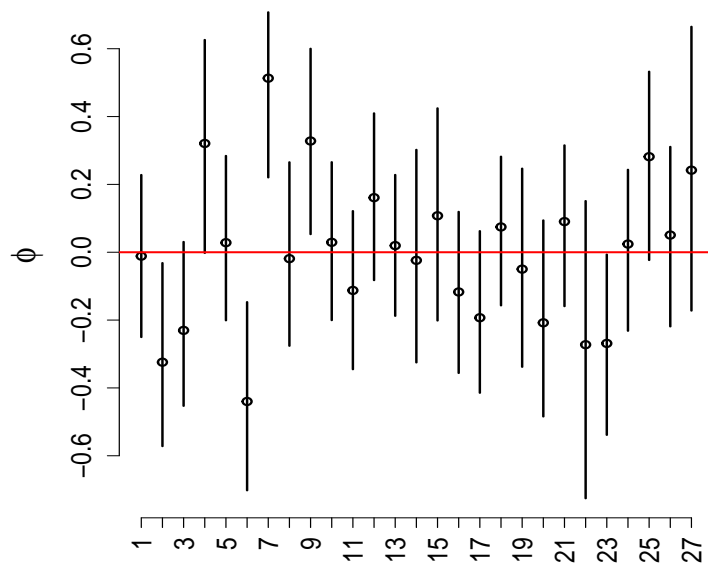


Figura 12: Gráfico das médias *a posteriori* e intervalos de credibilidade dos efeitos espaciais

Os resíduos do modelo espacial escolhido também apresentaram indícios de normalidade, conforme Figura 13.

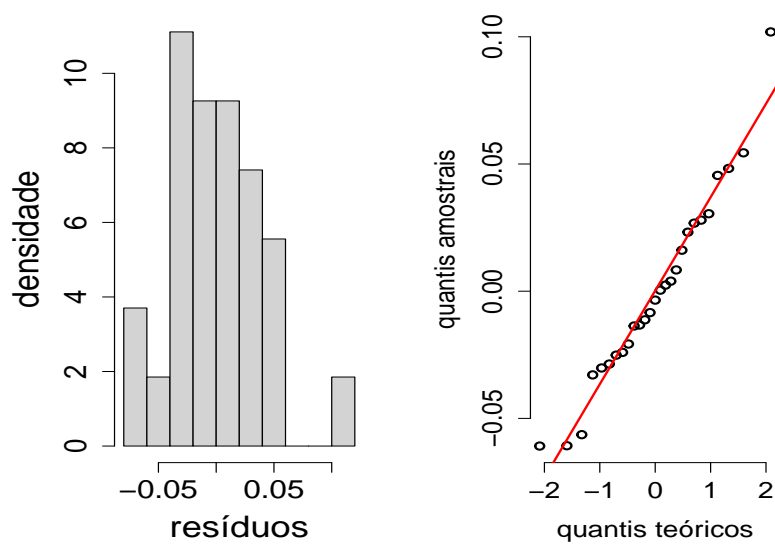


Figura 13: Histograma e qqplot dos resíduos versus valores ajustados do modelo espacial escolhido

Na Figura 14, são ilustradas as estimativas pontuais e intervalares para os modelos espaciais e independente. As primeiras linhas verticais dos parâmetros β_1, β_2 e ν^2 correspondem aos intervalos de credibilidade e estimativas pontuais do modelo independente, e a segundas linhas correspondem ao modelo escolhido. Para τ^2 e ρ só há uma linha devido a inexistência desses parâmetros no modelo independente.

Os intervalos de β_1 do modelo espacial se mostrou um pouco mais acima indicando um aumento da estimativa do intercepto. Em relação a β_2 , seu intervalo se deslocou para baixo do gráfico, não contemplando o valor 0, fato que ocorreu no modelo independente. A maior alteração verificada foi devido ao comportamento do ν^2 . A amplitude de seu intervalo no modelo espacial foi menor que no independente, significando aumento na precisão da estimação deste parâmetro. Além disto, verifica-se que os valores do intervalo reduziu, apresentando um comportamento próximo a 0. Este comportamento era esperado, pois quando incorpora-se os efeitos espaciais, espera-se que a estrutura espacial explique melhor os dados, reduzindo assim os erros de medida, que neste caso estão representados por ν^2 .

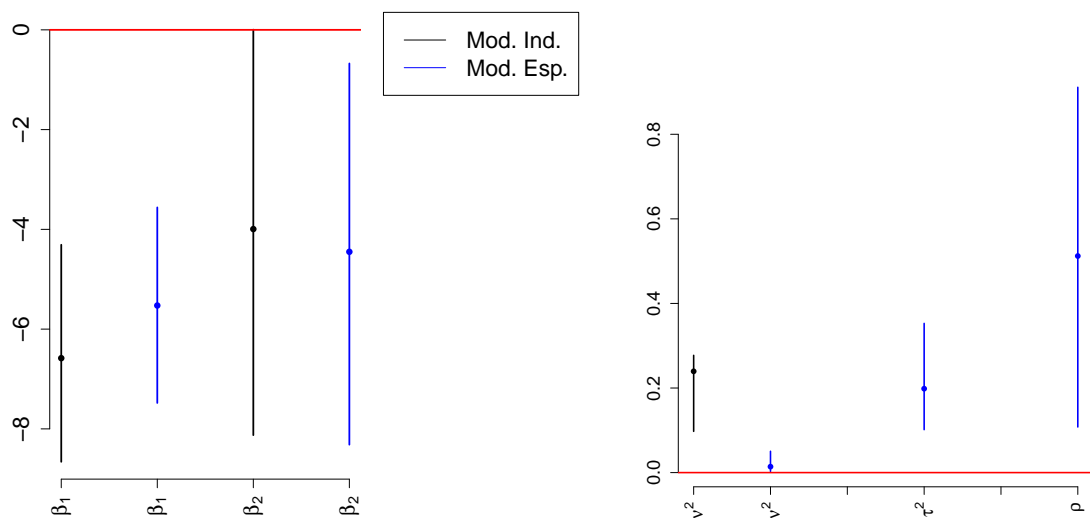


Figura 14: Estimativas pontuais e intervalares dos parâmetros do modelo independente e do modelo espacial escolhido

4 Conclusões

O presente trabalho buscou modelar o log das taxas óbitos por acidentes de transporte no Brasil e sua associação com variáveis socioeconômicas através do modelo Leroux sob a ótica bayesiana, modelo que é estruturado espacialmente, e foi utilizado para dados agregados por áreas considerando as Unidades da Federação. Além disto, comparou-se com o Modelo de Regressão Linear Múltiplo Independente, que não possui tais estruturas. Os dados de óbitos utilizados foram provenientes do Ministério da Saúde, as variáveis socioeconômicas do IBGE e dados da frota veicular do DENATRAN.

Na análise exploratória inicial, o Índice de Moran sugeriu que havia dependência espacial para os óbitos e taxas, mas para o log das taxas não foi encontrada esta dependência. O C de Geary não indicou associação espacial em nenhum dos cenários. No entanto, os mapas coropléticos sugeriram que havia, ou seja, as regiões sofriam influência das regiões vizinhas. Uma das explicações é que esses índices eles medem de maneira global a dependência espacial, e situações em que há apenas associações locais, essas medidas muitas vezes não consegue capturar essa informação. Sendo assim, o modelo CAR Leroux foi ajustado. O modelo não possuía distribuição *a posteriori* conhecida então recorreu-se aos métodos de MCMC. Uma transformação logarítmica foi realizada na variável resposta com intuito de reduzir a variabilidade e obter domínio na reta, considerando que os modelos propostos são normais.

Para o método de MCMC estabeleceu-se um período de aquecimento de 100, uma amostra *a posteriori* de 1000, sendo necessárias 1100 iterações. Para o modelo espacial foram considerados as mesmas configurações de aquecimento e tamanho da amostra *a posteriori*, a diferença se deve a inclusão de um espaçamento de 150, sendo necessárias 150100 iterações. Diante dos resultados, concluiu-se que ambos os modelos apresentaram convergência. Outro fato constatado foi que as cadeias das distribuições *a posteriori* não estavam correlacionadas. Apesar dos dois modelos ajustados serem adequados para representar o conjunto de dados, os modelos espaciais apresentaram melhores ajustes que os independentes de modo que apresentaram menor medida DIC e EQM.

O modelo escolhido foi o que considerou intercepto e a covariável Índice de Gíni pois apresentou mesmo EQM que o modelo com a covariável PEMC mas menor medida DIC. O modelo só com intercepto não foi escolhido pois apresentou aumento em ambas as medidas. Em relação ao modelo escolhido, o intercepto obtido foi de -5,8245, ou seja, a média do log das taxas de óbitos por acidentes de transporte no Brasil foi de -5.82 e a média da taxa foi de 0,003. Além disto, o coeficiente associado ao efeito do Índice de Gini foi de -5,44, representando a redução do log da taxa de óbitos por acidentes de transporte ao acréscimo de uma unidade no Índice de Gini. Em Unidades da Federação cujo Índice de Gíni é 1, ou seja, completa concentração de renda, espera-se taxas de óbitos por acidentes de transporte 99,6% menores. Sendo assim, concluiu-se que Unidades da Federação com maior igualdade social apresentaram maiores taxas de óbitos por acidentes de transporte. Uma das explicações é que países com menor desigualdade social possui maior parcela da população com acesso a veículos particulares aumentando assim o risco de óbito (CARVALHO, 2021). No entanto, é necessário avaliar outras variáveis explicativas, pois as variáveis que mediam o nível econômico das Federações não estiveram correlacionadas com os óbitos por acidentes de transporte. Considerando o parâmetro espacial ρ , verificou-se que as Unidades da Federação apresentaram uma dependência espacial moderada em relação aos seus vizinhos, baseado no valor de $\rho = 0,55$.

A incorporação do efeito espacial reduziu as estimativas pontuais e intervalares do parâmetro de variância do ruído branco, o que significou redução dos erros de medida associadas ao processo além da amplitude de seu intervalo de credibilidade, aumentando assim a precisão da estimativa do verdadeiro parâmetro, o que corrobora com o objetivo da inclusão desses efeitos onde espera-se que a estrutura espacial explique melhor os erros de medidas ou variação não captada pela amostragem.

Diante do exposto, fica como trabalhos futuros analisar novas variáveis explicativas, considerando que o Índice de Gíni parece mascarar o efeito de alguma característica da população não observada, além disto, a utilização de modelos mais adequados aos dados de acidentes de transporte, que levem em consideração a alta variabilidade, como por exemplo o modelo Binomial Negativo.

Referências

- ALMEIDA, R. L. F. d. et al. Via, homem e veículo: fatores de risco associados à gravidade dos acidentes de trânsito. *Revista de Saúde Pública*, SciELO Public Health, v. 47, p. 718–731, 2013.
- BANERJEE, S.; CARLIN, B. P.; GELFAND, A. E. *Hierarchical modeling and analysis for spatial data*. [S.l.]: Chapman and Hall/CRC, 2003.
- BRASIL, M. da Saúde. Secretaria de Vigilância em Saúde. Departamento de Vigilância de Doenças e Agravos Não Transmissíveis e Promoção da S. *Resumo executivo Saúde Brasil 2015/2016 : uma análise da situação de saúde e da epidemia pelo vírus Zika e por outras doenças transmitidas pelo Aedes aegypti*. 2017. 24 p. Disponível em: https://bvsms.saude.gov.br/bvs/publicacoes/resumo_saude_brasil_2015_2016.pdf.
- BUSSAB, W. d. O.; MORETTIN, P. A. Estatística básica. In: *Estatística básica*. [S.l.: s.n.], 2010. p. xi–312.
- CÂMARA, G. et al. Análise espacial de áreas. *Análise espacial de dados geográficos*, Embrapa Planaltina, v. 2, 2004.
- CARVALHO, C. H. R. Mortalidade por acidentes de transporte terrestre e desigualdades interestaduais no Brasil. Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (Ipea), 2021.
- CARVALHO, C. H. R. d. Custos dos acidentes de trânsito no brasil: estimativa simplificada com base na atualização das pesquisas do ipea sobre custos de acidentes nos aglomerados urbanos e rodovias. Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (Ipea), 2020.
- CNT; SENAT, S. *Pesquisa CNT de Rodovias 2019*. 2019. Disponível em: <https://pesquisarodovias.cnt.org.br/downloads/ultimaversao/gerencial.pdf>.
- CRESSIE, N. A. Statistics for spatial data. john willy and sons. *Inc., New York*, 1993.
- DEGROOT, M.; SCHERVISH, M. *Probability and Statistics*. 4. ed. [S.l.]: Addison-Wesley, 2012. ISBN 9780321500465.
- EHLERS, R. S. Introdução à inferência bayesiana. URL: <http://www.leg.ufpr.br/%7Epaulojus/CE227/ce227.pdf>, 2003.
- GAMERMAN, D.; LOPES, H. F. *Markov chain Monte Carlo: stochastic simulation for Bayesian inference*. [S.l.]: CRC Press, 2006.
- GAMERMAN, D.; LOUZADA-NETO, F.; MIGON, H. dos S. *Statistical inference : an integrated approach*. Second edition. [S.l.]: Chapman & Hall/CRC, 2014. (Chapman & Hall/CRC texts in statistical science series). ISBN 9781439878828,143987882X.

- GEARY, R. C. The contiguity ratio and statistical mapping. *The incorporated statistician*, v. 5, n. 3, p. 115–146, 1954.
- GELFAND, A. E.; SMITH, A. F. M. Sampling-based approaches to calculating marginal densities. *Journal of the American Statistical Association*, n. 85, p. 398–409, 1990.
- GEMAN, S.; GEMAN, D. Stochastic relaxation, gibbs distributions, and the bayesian restoration of images. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, IEEE, n. 6, p. 721–741, 1984.
- HASTINGS, W. K. Monte carlo sampling methods using markov chains and their applications. Oxford University Press, 1970.
- LEE, D. CARBayes: An R package for Bayesian spatial modeling with conditional autoregressive priors. *Journal of Statistical Software*, v. 55, n. 13, p. 1–24, 2013. Disponível em: <https://www.jstatsoft.org/htaccess.php?volume=55&type=i&issue=13>.
- LEROUX, B. G.; LEI, X.; BRESLOW, N. Estimation of disease rates in small areas: a new mixed model for spatial dependence. In: *Statistical models in epidemiology, the environment, and clinical trials*. [S.l.]: Springer, 2000. p. 179–191.
- MASCARENHAS, M. D. M. et al. Características de motociclistas envolvidos em acidentes de transporte atendidos em serviços públicos de urgência e emergência. *Ciência & Saúde Coletiva*, SciELO Public Health, v. 21, p. 3661–3671, 2016.
- METROPOLIS, N. et al. Equation of state calculations by fast computing machines. *The journal of chemical physics*, American Institute of Physics, v. 21, n. 6, p. 1087–1092, 1953.
- MINAYO, M. C. d. S. Morre menos quem morre no trânsito? *Ciência & Saúde Coletiva*, SciELO Public Health, v. 17, p. 2237–2238, 2012.
- MORAN, P. A. Notes on continuous stochastic phenomena. *Biometrika*, v. 37, n. 1/2, p. 17–23, 1950.
- NATIONS, G. A. of the U. *Resolution adopted by the General Assembly on 2 March 2010*. 2010. Disponível em: <https://undocs.org/en/A/RES/64/255>.
- NATIONS, G. A. of the U. *Resolution adopted by the General Assembly on 31 August 2020*. 2020. Disponível em: <https://undocs.org/en/A/RES/74/299>.
- NETO, O. L. d. M. et al. Mortalidade por acidentes de transporte terrestre no brasil na última década: tendência e aglomerados de risco. *Ciência & Saúde Coletiva*, SciELO Public Health, v. 17, p. 2223–2236, 2012.
- NOGUEIRA, D. A. *Proposta e avaliação de critérios de convergência para o método de Monte Carlo via Cadeias de Markov: casos uni e multivariados*. 2004. 135p. Tese (Doutorado) — Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária . . . , 2004.
- PINHEIRO, P. C. et al. A relação entre pib per capita e os acidentes de transporte nos municípios brasileiros, em 2005, 2010 e 2015. *Revista Brasileira de Epidemiologia*, SciELO Public Health, v. 24, p. e210017, 2021.

R Core Team. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. Vienna, Austria, 2014. Disponível em: <http://www.R-project.org/>.

RIOS, P. A. A. et al. Fatores associados a acidentes de trânsito entre condutores de veículos: achados de um estudo de base populacional. *Ciência & Saúde Coletiva*, SciELO Brasil, v. 25, p. 943–955, 2020.

SCHMIDT, A. M.; SANSÓ, B. *Modelagem bayesiana da estrutura de covariância de processos espaciais e espaço-temporais*. [S.l.]: ABE, 2006.

Secretaria de Vigilância em Saúde. *Painéis Saúde Brasil: mortalidade geral - Causas de óbito*. 2018. Acessado em 2021-12-01. Disponível em: <http://svs.aids.gov.br/dantps/centrais-de-conteudos/paineis-de-monitoramento/saude-brasil/mortalidade-geral/>.

SILVA, C. M. F. P. da. *Modelagem dos acidentes de trânsito com vítimas no município do Rio de Janeiro*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2006.

SPIEGELHALTER, D. J. et al. Bayesian measures of model complexity and fit. *Journal of the royal statistical society: Series b (statistical methodology)*, Wiley Online Library, v. 64, n. 4, p. 583–639, 2002.

SYVERSVEEN, A. R. Noninformative bayesian priors. Interpretation and problems with construction and applications. *Preprint statistics*, v. 3, n. 03, p. 1–11, 1998.

TRÂNSITO, P. do. Onu define segunda década para segurança no trânsito. 2021. Acessado em 2021-12-01. Disponível em: <https://www.portaldotransito.com.br/noticias/onu-define-segunda-decada-para-seguranca-no-transito/>.

WALLER, L. A.; GOTWAY, C. A. *Applied spatial statistics for public health data*. John Wiley & Sons, Inc., 2004.

World Health Organization. *The International Statistical Classification of Diseases and Health Related Problems ICD-10: tenth revision*. 2^a. ed. [S.l.]: World Health Organization, 2008. v. 1.

World Health Organization. *Global status report on road safety 2018*. [S.l.]: World Health Organization, 2018. 403 p. p.

APÊNDICE 1 – Modelos Ajustados

1.1 Modelo de Regressão Linear Múltiplo Independente (MRLMI)

Como a variável resposta de interesse é o log das taxas de óbitos por acidentes de transporte no Brasil, recorreu-se a um modelo de regressão Linear Múltiplo Independente MRLMI para tentar explicar o comportamento desses óbitos e o efeito exercido pelas covariáveis mais correlacionadas. O Modelo de Regressão Linear Independente, conforme descrito na seção 2.4.1 é definido como:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \epsilon_i, \quad i = 1, \dots, 27, \quad (1.1)$$

onde:

- Y_i é o log da taxa de óbitos por acidentes de transporte na i -ésima Unidade da Federação, $\forall i = 1, \dots, 27$
- x_{2i} é o Índice de Gini mensurado na região i , $\forall i = 1, \dots, 27$
- x_{3i} é o percentual da população da região i com 25 anos ou mais que possuem pelo menos o ensino médio completo, $\forall i = 1, \dots, 27$
- β_1 o intercepto
- β_2 o efeito associado a covariável x_2
- β_3 o efeito associado a covariável x_3
- $\epsilon_i \sim N(0, \nu^2)$ o ruído branco associado aos erros de medida.

Sendo assim, o vetor paramétrico de interesse é definido por $\theta = (\beta_1, \beta_2, \beta_3, \nu^2)$. No contexto bayesiano, é necessário definir as distribuições *a priori* dos parâmetros e as seguintes distribuições foram adotadas:

$$\begin{aligned}\beta_k &\sim N(0, 1000) \\ \nu^2 &\sim GI(2, 1)\end{aligned}\tag{1.2}$$

Os hiperparâmetros dessas distribuições *a priori* foram definidos de forma que representassem uma distribuição *a priori* não informativa para os parâmetros.

O modelo independente foi implementado no Software R Core Team (2014), pois como as distribuições condicionais completas foram conhecidas, utilizou-se o amostrador de Gibbs, reduzindo a complexidade do modelo. Definiu-se um período de aquecimento de 100, espaçamento = 1, a amostra gerada de tamanho 1000, sendo necessárias 1100 iterações. Verifica-se na Figura 15 que houve indícios de convergência para todos os parâmetros desconhecidos, pois os traços da cadeia dos parâmetros manteve um padrão aleatório em torno de uma reta horizontal. A linha horizontal de coloração vermelha representa o eixo $y = 0$. Note que para os parâmetros em nenhum momento a cadeia dos parâmetros β_1 e ν^2 atingiram o eixo, indicando que há indícios de que o intercepto é diferente de 0, ou seja, é significativo. Além disto, a cadeia sugere que o verdadeiro valor de ν^2 seja diferente de 0, algo em torno de 0,15. Em relação aos parâmetros β_2 e β_3 associados a respectivamente o índice de Gini e Percentual de pessoas com pelo menos o ensino médio completo, verificou-se que apesar dos traços atingirem ocasionalmente o 0, grande parte dos momentos os traços ficam localizados na parte inferior da reta, indicando que a probabilidade do verdadeiro valor desses parâmetros ser igual a 0 é pequena.

De acordo com o gráfico das autocorrelações dos parâmetros, disposto na Figura 16, houve indícios de que os parâmetros gerados não estavam autocorrelacionados pois a autocorrelação reduz significativamente de maneira rápida, não havendo necessidade de aumentar o espaçamento já definido.

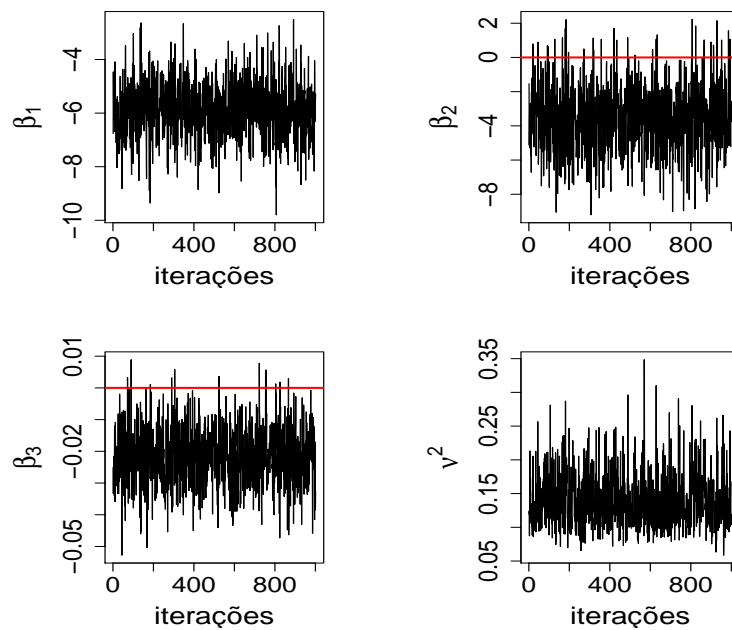


Figura 15: Traços *a posteriori* das cadeias geradas dos parâmetros do modelo independente

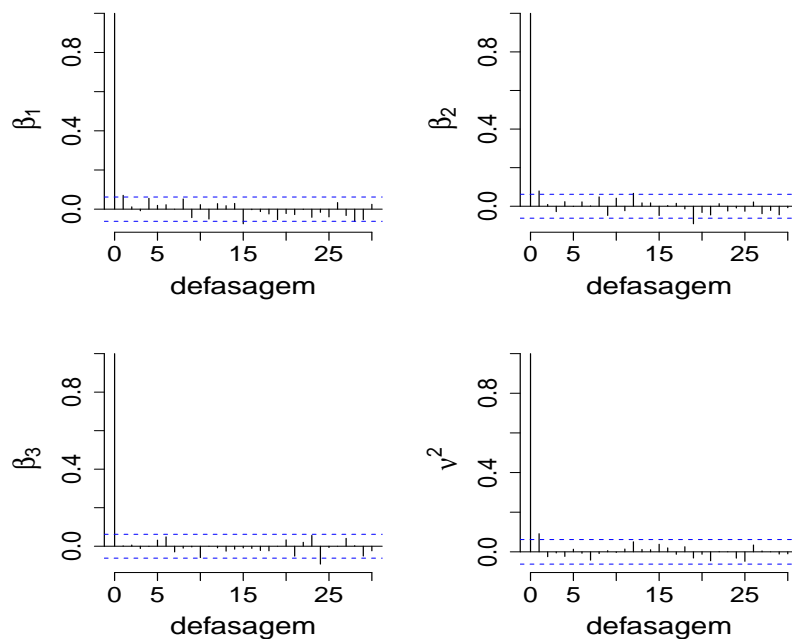


Figura 16: Gráficos de autocorrelação dos parâmetros do modelo independente

Na Figura 17 é possível visualizar os histogramas das distribuições *a posteriori* dos parâmetros. A linha vertical vermelha denota o valor 0 e as linhas tracejadas em azul os intervalos de credibilidade. Nota-se que nos histogramas de β_1 e ν^2 , o 0 não aparece nos

gráficos. Em relação a β_2 , apesar do intervalo de credibilidade contemplar o 0, verificou-se que está muito próximo da cauda. Verifica-se que o comportamento do histograma de β_1 , β_2 e β_3 são similares ao histograma de uma distribuição normal, o que era esperado dado que as DCCP encontradas possuíam esta distribuição. Em relação a ν^2 , o comportamento foi semelhante a uma gama inversa.

As estimativas pontuais para β_1 é próxima de -6, indicando a média do log da taxa de óbitos por acidentes de transporte nas Unidades da Federação. A estimativa para β_2 próxima de -4, indicando o efeito do Índice de Gini no logaritmo da taxa de óbitos. Em relação a β_3 , verifica-se que uma estimativa para a covariável PEMC foi algo em torno de -0,02 e, assim como o Índice de Gini, indicou que o aumento do percentual de pessoas com 25 anos ou mais com pelo menos o ensino médio, resultam em taxas menores de mortes por acidentes de transporte. Para ν^2 , parâmetro que mensura a variabilidade do erro aleatório, nota-se que a estimativa pontual encontrou-se próxima a 0,15. Na Tabela 6 estão dispostas as estimas pontuais e intervalares dos parâmetros. O log médio da taxa de óbitos por acidentes de transporte foi de -5,79. Em relação a taxa, a média foi de 0,03 óbitos por acidentes de transporte, ou seja, 30 mortes a cada 1000 habitantes. Em relação ao efeito do Índice de Gini, a estimativa foi de -3,617 par ao log da taxa e de 0,027 para a taxa, indicando que Unidades da Federação com completa desigualdade possui taxas de óbitos 97,3% menores que populações com completa igualdade de renda. Considerando o efeito da população pelo menos 25 anos de idade e que possuía ao menos o ensino médio, verifica-se que o aumento em uma unidade na porcentagem dessa população resulta em redução de 2,2% nas taxas de óbitos.

Parametro	Mediana	$IC_{95\%}$
β_1	-5,790	[-7,895,-3,698]
β_2	-3,617	[-7,553,0,039]
β_3	-0,022	[-0,039,-0,004]
ν^2	0,134	[0,083,0,246]

Tabela 6: Tabela de Estimativas pontuais e intervalares dos parâmetros do modelo independente

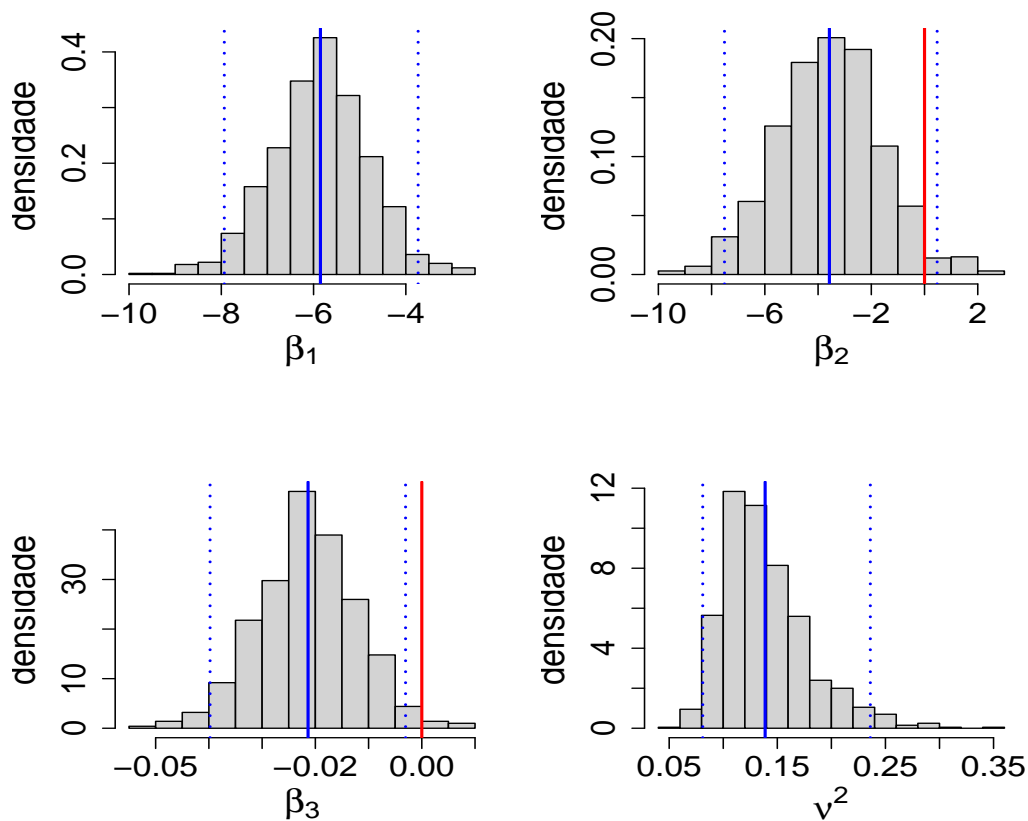


Figura 17: Histograma da distribuição *a posteriori* dos parâmetros do modelo independente

Conforme a Figura 18, verificou-se que os resíduos se comportaram de maneira similar a de uma distribuição normal. O gráfico quantil-quantil onde são comparados os quantis amostrais e os quantis teóricos, também houve indícios de normalidade apesar de haver observações atípicas nas caudas. O I de Moran calculado para os resíduos do modelo independente foi de 0,028 e o p-valor do teste onde a hipótese alternativa era de que havia dependência espacial nos resíduos foi de 0,297, indicando que não há uma estrutura espacial nos resíduos do modelo ajustado, sendo um modelo adequado para descrever o conjunto de dados.

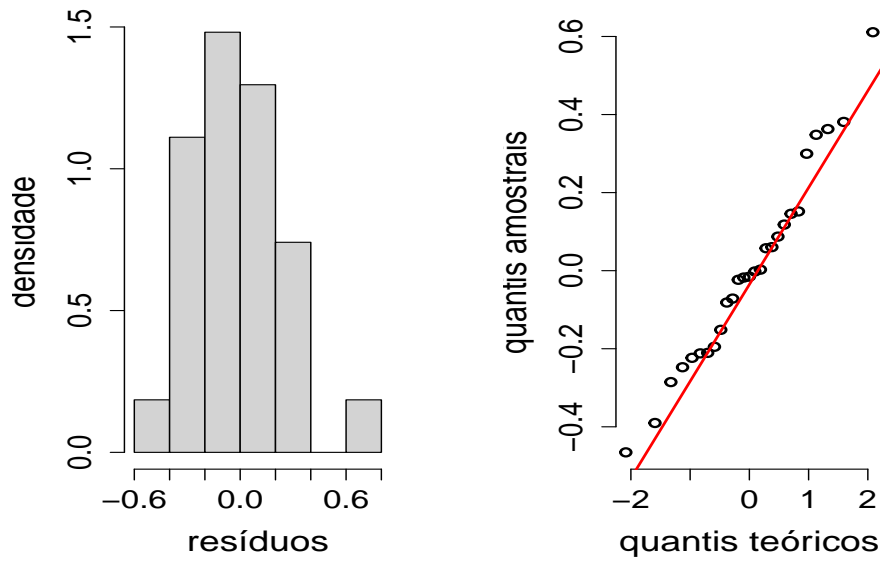


Figura 18: Histograma e qqplot dos resíduos do modelo independente

1.2 Modelo de Regressão Linear Gaussiano Espacial (MLGE)

Nesta seção será avaliado o Modelo CAR Leroux, sendo este um modelo que possui uma estrutura espacial que busca explicar o comportamento da variável resposta. Esse modelo é vantajoso pois o parâmetro de autocorrelação (ρ) é estimado pelo modelo sem a restrição para ρ determinada pelo modelo intrínseco. Neste modelo é possível avaliar a estrutura espacial inclusive em localidades onde a dependência não é muito forte. Sendo assim, o Modelo Car Leroux é escrito da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
 Y_i &\sim N(\mathbf{X}_i\boldsymbol{\beta} + \phi_i, \nu^2), i = 1, \dots, 27 & (1.3) \\
 \phi_i | \phi_{-i}, \tau^2, \rho &\sim N\left(\frac{\rho \sum_{j=1}^p w_{i,j} \phi_j}{1 - \rho + \rho \sum_{j=1}^p w_{i,j}}, \frac{\tau^2}{1 - \rho + \rho \sum_{j=1}^p w_{i,j}}\right), i = 1, \dots, 27 \\
 \beta_k &\sim N(0, 1000), k = 1, \dots, 3 \\
 \nu^2 &\sim GI(2, 1) \\
 \tau^2 &\sim GI(2, 1) \\
 \rho &\sim U(0, 1) & (1.4)
 \end{aligned}$$

Note que todas as distribuições *a priori* foram definidas de forma que representassem a ausência de informação que se tinha sobre o verdadeiro parâmetro, e por isso foram estabelecidas prioris não informativas. Segundo a Figura 19 nota-se que os parâmetros β 's e ν^2 convergiram. O intercepto (β_1) e ν^2 apresentaram um melhor comportamento a medida que não atingiu a eixo $y = 0$. Em relação a β_2 e β_3 , apesar da cadeia amostrar valores próximos de 0, houve indícios de que os coeficientes eram significativos.

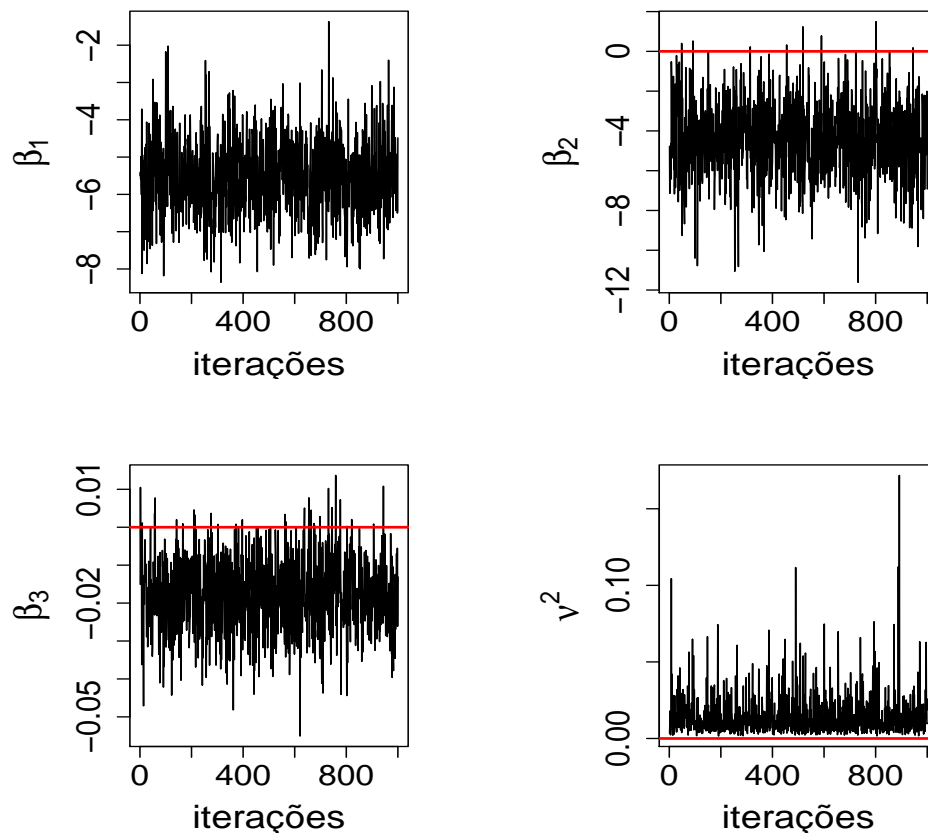


Figura 19: Traços *a posteriori* das cadeias geradas de ρ , τ^2 e ν^2 do modelo espacial

Os gráficos das cadeias de ρ e τ^2 também apresentaram comportamento ótimo, a medida que houve convergência. Além disto, os valores amostrados não alcançaram o eixo $y = 0$ em nenhum momento, principalmente em relação ao parâmetro ρ sendo mais um indicativo de que houve uma dependência espacial.

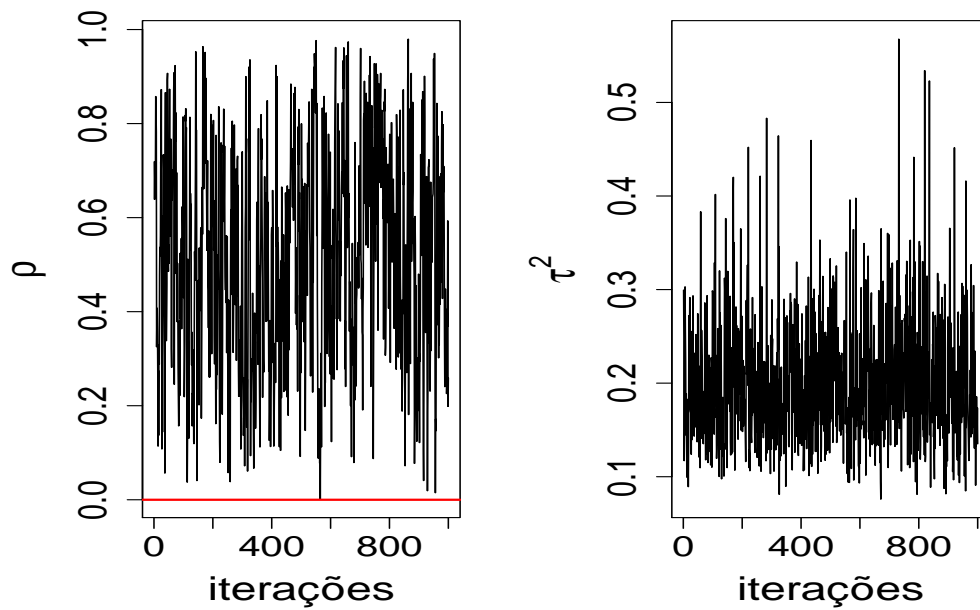


Figura 20: Traços *a posteriori* das cadeias geradas de ρ , τ^2 e ν^2 do modelo espacial

Note nas Figuras 21 e 16 que os gráficos de autocorrelação dos parâmetros em comum nos dois modelos são bem semelhantes, não havendo diferenças significativas. O aquecimento, número de iterações e espaçamento adotados apresentaram indícios de convergência não sendo necessário especificar outros valores

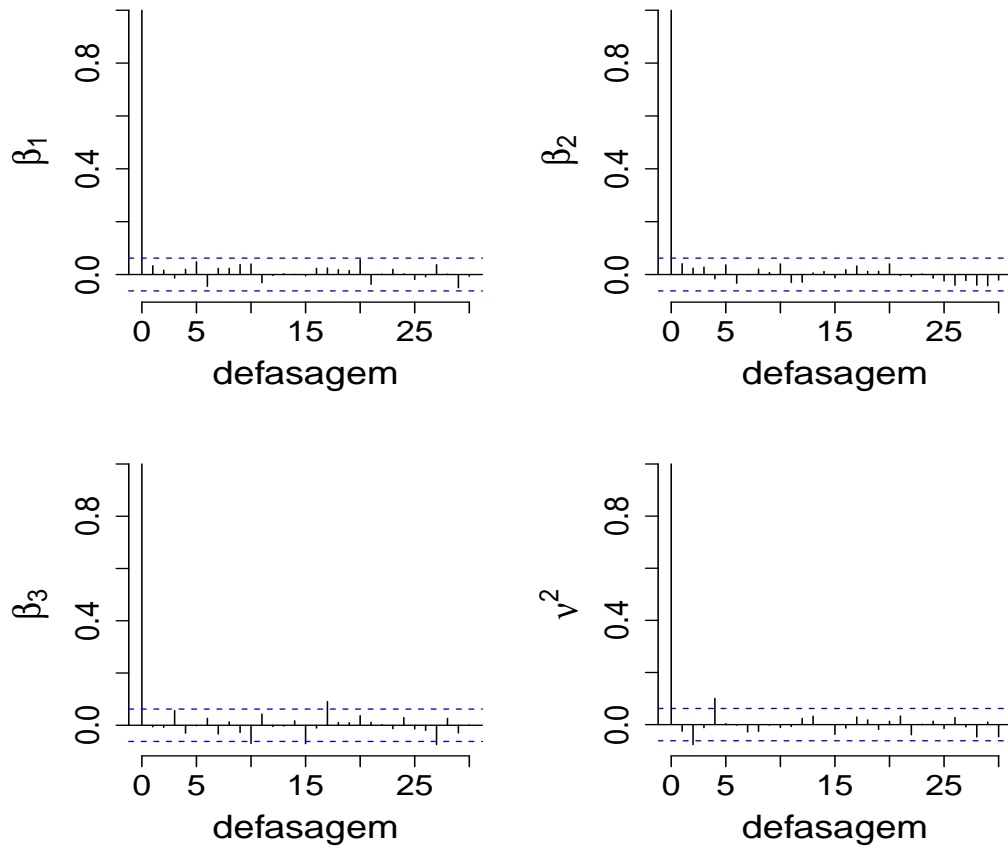


Figura 21: Gráficos de autocorrelação dos parâmetros β_1 , β_2 , β_3 e ν^2 do modelo espacial

Em relação ao comportamento dos parâmetros ρ e τ^2 inseridos pelo modelo espacial, verificou-se que os parâmetros amostrados não estavam autocorrelacionados, vide Figura 22 a medida que há um decaimento inicial abrupto. No entanto, talvez espaçamentos maiores apresente melhor comportamento, principalmente em relação ao parâmetro ρ .

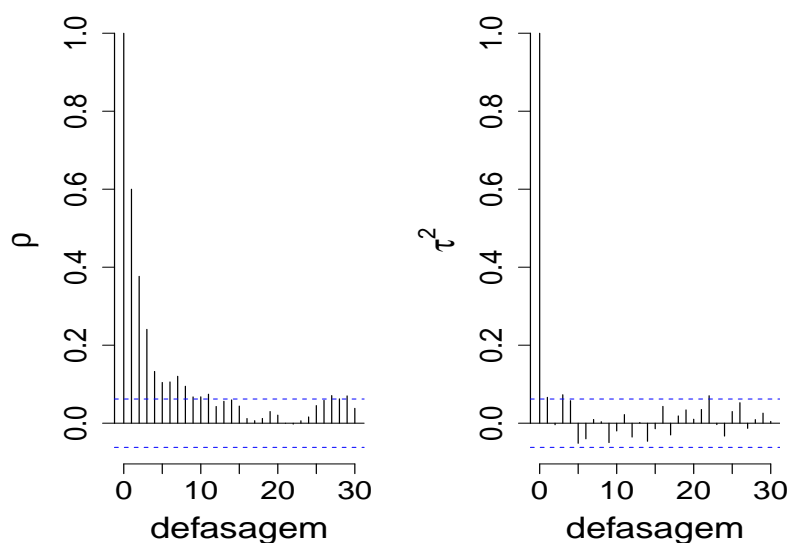


Figura 22: Gráfico de autocorrelação dos parâmetros ρ e τ^2 do modelo espacial

Na Figura 23 são ilustrados os histogramas dos parâmetros associados ao intercepto e covariáveis, além do parâmetro de variância do efeito aleatório. Note que apenas o parâmetro β_3 contemplou o valor 0 em seu intervalo de credibilidade, representado pela linha vertical da cor vermelha e o intervalo pelas linhas tracejadas em azul. Ainda assim, próximo a região de rejeição da hipótese de que o parâmetro é não significativo. Para o intercepto (β_1) a mediana parece assumir valor próximo a -5,5, que está representada pela linha contínua azul. Com relação a β_2 e β_3 essas medianas sugeridas pelos histogramas estão próximas de, respectivamente, -4,3 e -0,02. A mediana de ν^2 situa-se próximo ao valor 0,015. Em relação as estimativas pontuais, segundo a Tabela 7, o log médio de óbitos por acidentes de transporte nos estados brasileiros foi estimado em -5,526 e uma taxa média de 0,004, ou 4 óbitos a cada 1000 habitantes. Em relação ao efeito do Índice de Gini, regiões com completa desigualdade apresentaram redução de -4,462 no log da taxa de óbitos em comparação com regiões com completa igualdade. Considerando diretamente as taxas, as regiões com completa concentração de renda apresentaram taxas 98,8% menores que com perfeita igualdade. A estimativa para β_3 responsável por mensurar o efeito da Covariável PEMC foi de -0,019. Logo, o acréscimo de 1 unidade no percentual da população com escolaridade de no mínimo o ensino médio e idade superior a 25 anos representou a redução de 0,019 no log da taxa de óbitos por acidentes de transporte e de 1,9% nas taxas. Em relação a ν^2 a estimativa foi de 0,01 inferior ao modelo independente, indicando que a variabilidade antes associada a erros de medida foi

explicada pela incorporação dos efeitos espaciais. Encontrou-se também uma estimativa para o parâmetro de dispersão (τ^2) dos efeitos espaciais de 0,185. Em relação a ρ , a estimativa foi de 0,517, indicando uma correlação espacial moderada. No entanto, seu intervalo de credibilidade é grande, o que resulta em grande incerteza sobre este parâmetro.

Parametro	Mediana	$IC_{95\%}$
β_1	-5,526	[-7,481,-3,559]
β_2	-4,462	[-8,317,-0,673]
β_3	-0,019	[-0,037,0,001]
ν^2	0,010	[0,003,0,051]
τ^2	0,185	[0,102,0,353]
ρ	0,517	[0,108,0,911]

Tabela 7: Estimativas Intervalares e Pontuais dos efeitos espaciais sorteados aleatoriamente do modelo espacial

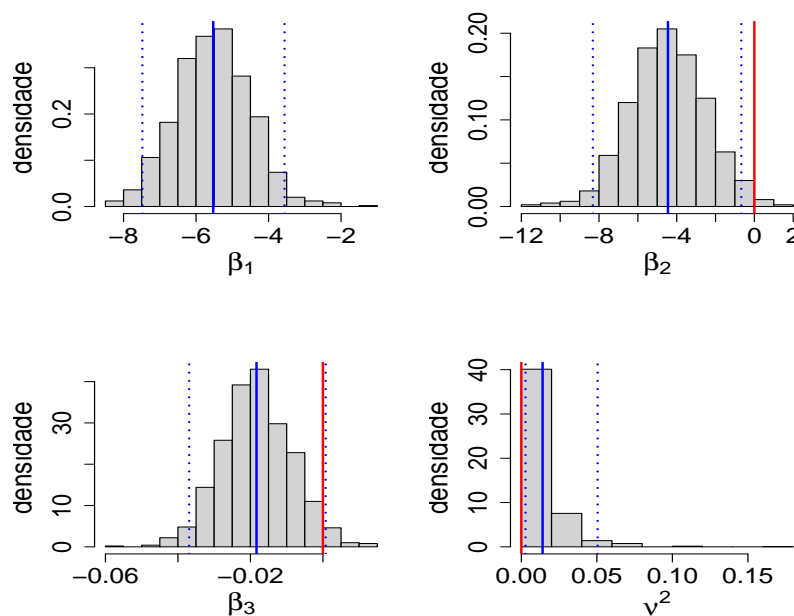


Figura 23: Histograma da distribuição *a posteriori* de β_1 , β_2 , β_3 e ν^2 do modelo espacial

Considerando os parâmetros ρ e τ^2 , não há indícios de que esses parâmetros assumam o valor 0. Diante disto, os histogramas dispostos na Figura 24 sugerem que há certa dependência espacial nos dados analisados, ou seja, o log dos óbitos por acidentes de transporte em determinada Unidade da Federação estão sendo influenciados pelo comportamento nas Unidades próximas a ela.

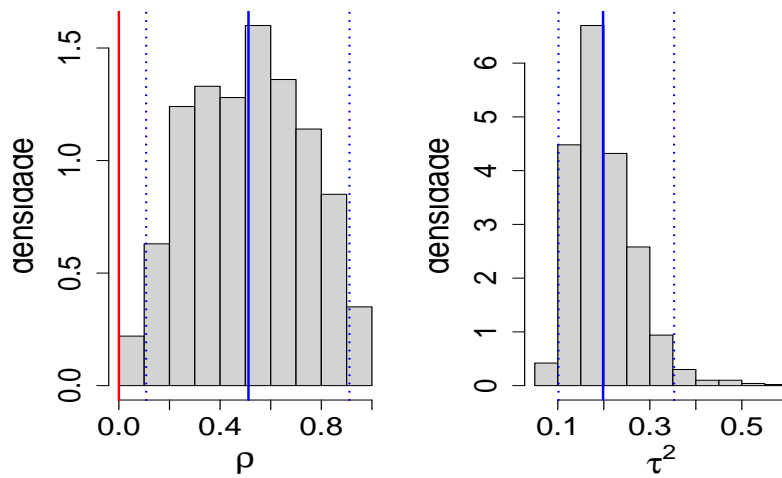


Figura 24: Histograma da distribuição *a posteriori* de ρ e τ^2 do modelo espacial

Para avaliar os efeitos espaciais ϕ_i foram sorteados 16 efeitos, que estão ilustrados na Figura 25. Note que há indícios de convergência para todas as cadeias dos efeitos espaciais amostrados. No entanto, percebe-se que a média em alguns casos está em torno de 0. Isso indica que em algumas localidades não há dependência espacial, ou se existe é muito fraca. Sendo assim, essas Unidades Federativas exercem pouca ou nenhuma influência no comportamento das Unidades próximas a ela.

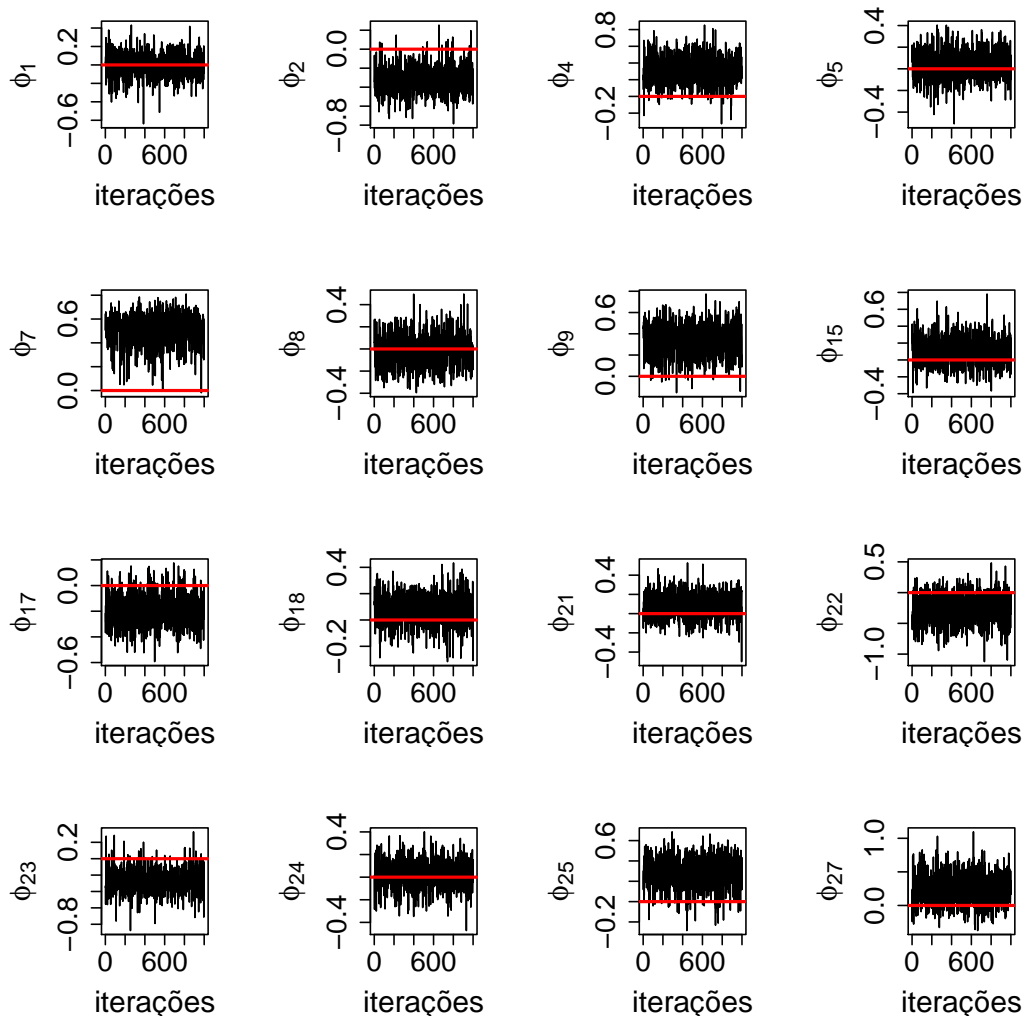


Figura 25: Traços *a posteriori* das cadeias geradas de 16 efeitos espaciais sorteados aleatoriamente do modelo espacial

As correlações dessas cadeias também foram verificadas. Com base na Figura 26 é possível verificar que o comportamento dessas autocorrelação estava dentro do esperado, ou seja, os valores amostrados não estavam autocorrelacionados

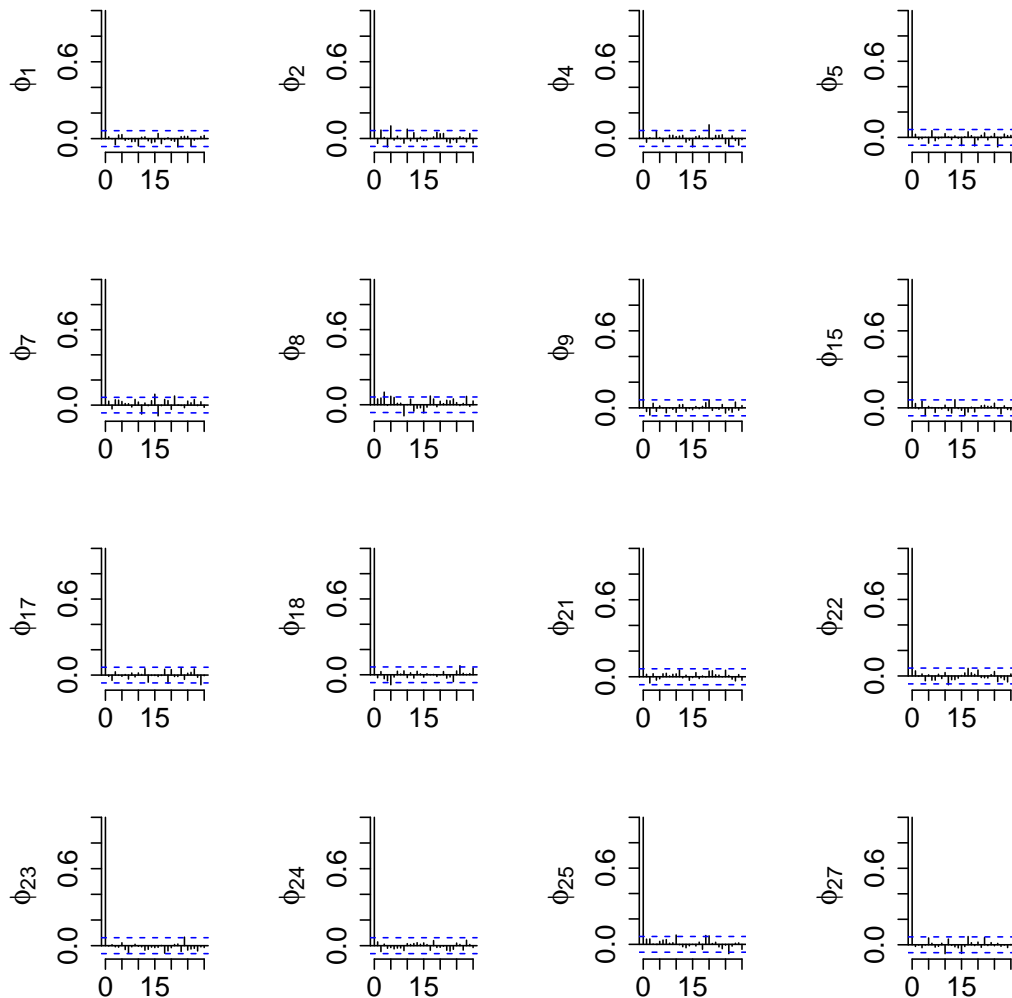


Figura 26: Gráficos de autocorrelação dos efeitos espaciais sorteados aleatoriamente do modelo espacial

Na Figura 27 tem-se que as linhas azuis são as médias *a posteriori* dos efeitos espaciais, as linhas contínuas azuis o valor 0 e as linhas tracejadas os limites inferior e superior do Intervalo de Credibilidade. Nota-se que conforme mencionado anteriormente, alguns efeitos espaciais possuíam médias *a posteriori* próximas de 0, ou seu intervalo de credibilidade contemplou o mesmo, indicando que para determinadas localidades a estrutura espacial não agrega informação, ou seja, o modelo independente representaria bem o conjunto de dados. No entanto, de maneira geral, parece haver a necessidade de incorporar esta estrutura a medida que encontra-se localidades cuja estrutura da vizinhança auxilia na explicação do comportamento do log das taxas de óbitos por acidentes de transporte.

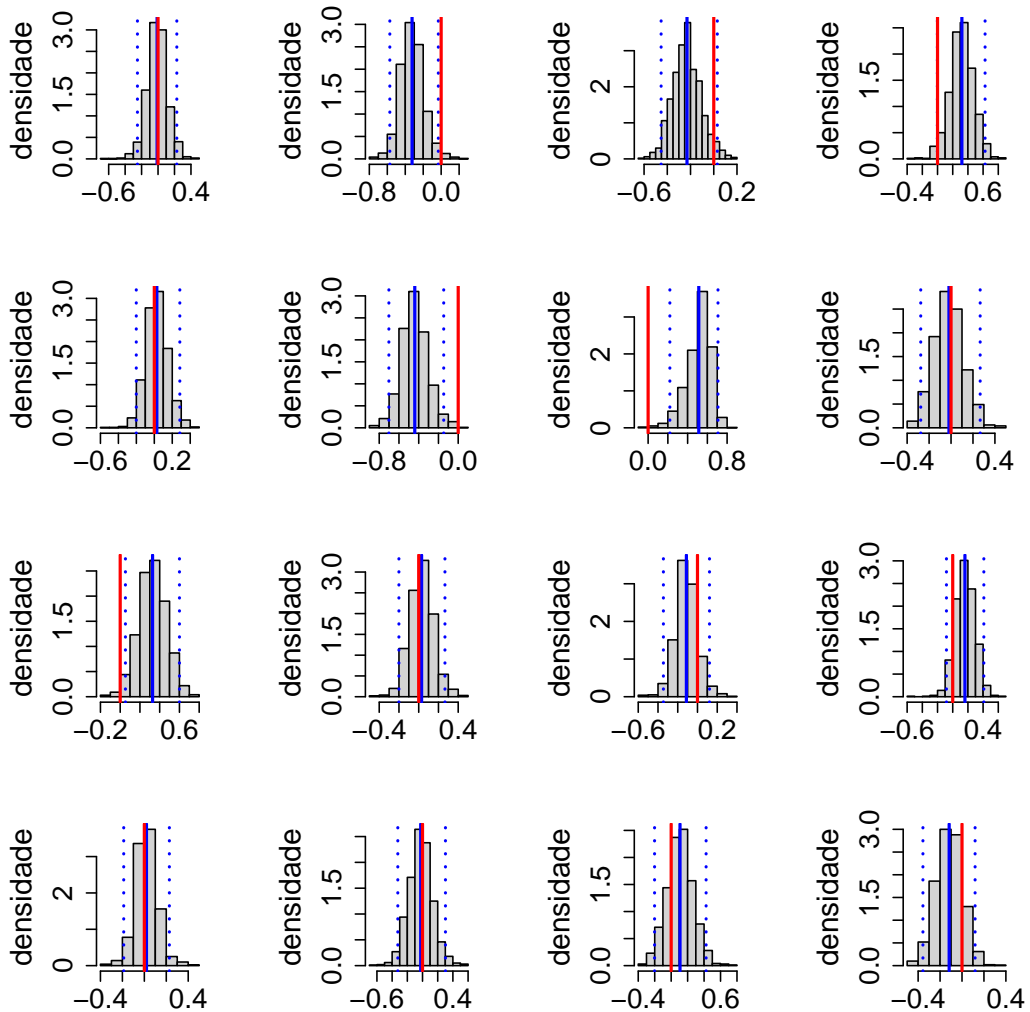


Figura 27: Histograma da distribuição *a posteriori* dos efeitos espaciais sorteados aleatoriamente do modelo espacial

De acordo com o ilustrado na Figura 28, onde são representados os Intervalos de Credibilidade dos efeitos aleatórios, suas médias *a posteriori* representadas pelos pontos em preto ao centro do intervalo e o linha horizontal em vermelho representando o 0, verificou-se que das 27 localidades analisadas, houve indício de que os efeitos espaciais foram significativos em 6 delas. Nos demais, todos os Intervalos de Credibilidade contemplaram 0 sendo que em 6 delas o 0 estava localizado próximo as caudas da distribuição, não sendo desprezado o efeito espacial dessas localidades.

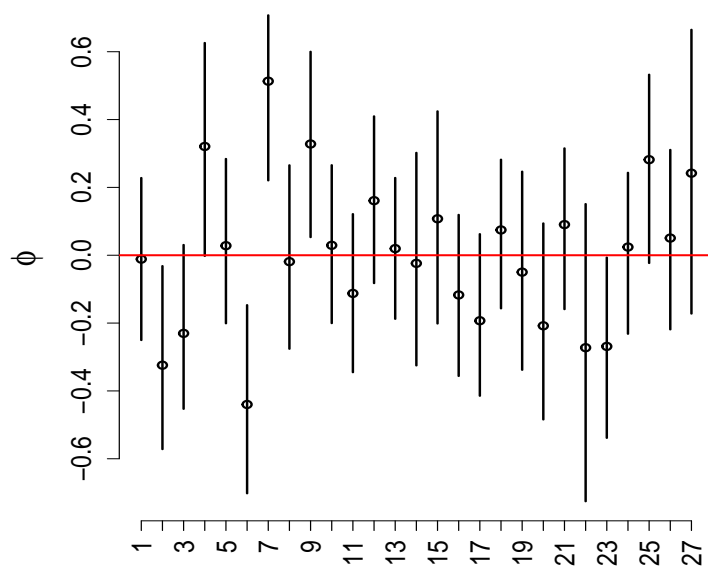


Figura 28: Estimativas Intervalares e Pontuais dos efeitos espaciais sorteados aleatoriamente do modelo espacial

Considerando a normalidade dos erros, na Figura 29 correspondente aos resíduos do modelo espacial, conclui-se que os resíduos apresentaram comportamento um pouco melhor que o modelo independente, a medida que no modelo espacial aparenta haver apenas uma observação atípica, já no independente as observações próximas as caudas não aparentavam seguir uma distribuição normal.

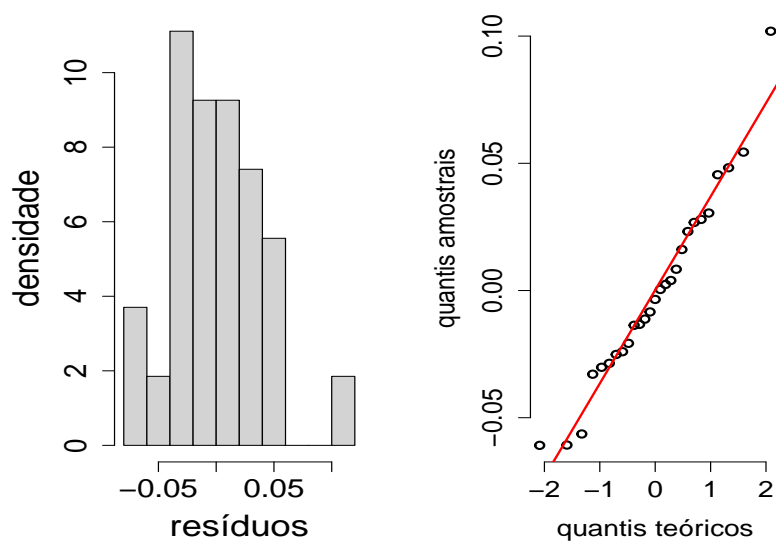


Figura 29: Histograma e qqplot dos resíduos do modelo espacial

APÊNDICE 2 – Distribuições de Probabilidade

Nesse Apêndice serão descritas algumas características das distribuições usadas nesse trabalho tais como suas funções de probabilidade/densidade, média e variância. Para maiores informações sobre as distribuições descritas, vide em DeGroot e Schervish (2012).

2.1 Distribuição Uniforme

Dizemos que uma variável aleatória Y possui distribuição uniforme contínua definida em um intervalo $[a,b]$ se sua função de densidade de probabilidade (f.d.p) é dada por:

$$f(y) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a \leq y \leq b \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

A esperança e variância de Y são dadas, respectivamente, por:

$$E(Y) = \frac{a+b}{2},$$

$$V(Y) = \frac{(b-a)^2}{12}.$$

Usaremos a seguinte notação para essa distribuição: $Y \sim U(a, b)$.

2.2 Distribuição Normal univariada

A distribuição normal é uma distribuição de probabilidade contínua em forma de sino onde média, mediana e moda são iguais. Se Y segue uma distribuição normal com média μ e variância σ^2 , então sua f.d.p é dada por:

$$f(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{y-\mu}{\sigma} \right)^2 \right\}, \quad -\infty < y < \infty, \quad \mu \in \mathbb{R}, \quad \sigma > 0.$$

A esperança e variância de Y são dadas, respectivamente, por:

$$\begin{aligned} E(Y) &= \mu, \\ V(Y) &= \sigma^2. \end{aligned}$$

Usaremos a seguinte notação para essa distribuição: $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$.

Quando $\mu = 0$ e $\sigma^2 = 1$, dizemos ter a distribuição normal padrão.

2.3 Distribuição Normal multivariada

Um vetor aleatório contínuo $\mathbf{Y}=(Y_1, \dots, Y_p)$ tem distribuição normal multivariada com parâmetros de médias $\boldsymbol{\mu}$ e matriz de covariâncias $\boldsymbol{\Sigma}$, se e somente se, sua f.d.p é dada da seguinte forma:

$$f(\mathbf{y}) = \frac{1}{|\boldsymbol{\Sigma}|^{1/2}} \frac{1}{2\pi^{p/2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2}(\mathbf{y} - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{y} - \boldsymbol{\mu}) \right\}, \quad -\infty < y_i < \infty, \quad \boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^p.$$

A esperança e variância de \mathbf{Y} são dadas, respectivamente, por:

$$\begin{aligned} E(\mathbf{Y}) &= \boldsymbol{\mu}, \\ V(\mathbf{Y}) &= \boldsymbol{\Sigma}. \end{aligned}$$

onde $\boldsymbol{\Sigma}$ é a matriz de covariâncias, uma matriz definida positiva, dada por:

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \dots & \sigma_{pp} \end{pmatrix}$$

Usaremos a seguinte notação para essa distribuição: $Y \sim N_p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$.

No caso da distribuição normal multivariada, as distribuições marginais também possuem distribuições normais, ou seja, $Y_i \sim N(\mu_i, \sigma_{ii}^2)$.

2.4 Distribuição Gama

Uma variável aleatória contínua Y tem distribuição gama com parâmetro de forma $\alpha > 0$ e parâmetro de escala $\beta > 0$, quando sua f.d.p é da seguinte forma:

$$f(y) = \begin{cases} \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} y^{\alpha-1} e^{-\beta y} & \text{se } y > 0 \\ 0, & \text{se } y \leq 0 \end{cases}$$

A esperança e variância de Y são dadas, respectivamente, por:

$$\begin{aligned} E(Y) &= \frac{\alpha}{\beta}, \\ V(Y) &= \frac{\alpha}{\beta^2} \end{aligned}$$

Usaremos a seguinte notação para essa distribuição: $Y \sim \text{Gama}(\alpha, \beta)$.

2.5 Distribuição Gama Inversa

Uma variável aleatória contínua Y tem distribuição gama inversa com parâmetros $\alpha, \beta > 0$, quando sua f.d.p é da seguinte forma:

$$f(y) = \begin{cases} \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} y^{-(\alpha+1)} e^{-\beta/y}, & \text{se } y > 0 \\ 0, & \text{se } y \leq 0 \end{cases}.$$

A esperança e variância de Y são dadas, respectivamente, por:

$$\begin{aligned} E(Y) &= \frac{\beta}{\alpha - 1}, \\ V(Y) &= \frac{\beta^2}{(\alpha - 1)^2(\alpha - 2)} \end{aligned}$$

Usaremos a seguinte notação para essa distribuição: $Y \sim \text{GI}(\alpha, \beta)$.

2.6 Distribuição Beta

Uma variável aleatória contínua Y tem distribuição beta com parâmetros $\alpha > 0$ e $\beta > 0$, quando sua f.d.p é da seguinte forma:

$$f(y) = \begin{cases} \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} y^{\alpha-1} (1-y)^{\beta-1}, & \text{se } 0 < y < 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}.$$

A esperança e variância de Y são dadas, respectivamente, por:

$$E(Y) = \frac{\alpha}{\alpha + \beta},$$
$$V(Y) = \frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta)^2(\alpha + \beta + 1)}$$

Usaremos a seguinte notação para essa distribuição: $Y \sim \text{Beta}(\alpha, \beta)$.

APÊNDICE 3 – Código de Programação no R

Neste apêndice encontra-se o código utilizado no programa R (R Core Team, 2014), que permitiu o processo de análise dos dados e ajuste dos modelos.

```
#-----  
#### Pacotes  
{  
  if(!require(dplyr)){  
    install.packages("dplyr")  
    library(dplyr)  
  }  
  if(!require(CARBayes)){  
    install.packages("CARBayes")  
    library(CARBayes)  
  }  
  if(!require(rgdal)){  
    install.packages("rgdal")  
    library(rgdal)  
  }  
  if(!require(spdep)){  
    install.packages("spdep")  
    library(spdep)  
  }  
  if(!require(readxl)){  
    install.packages("readxl")  
    library(readxl)  
  }  
}
```

```
if(!require(spdep)){
  install.packages("spdep")
  library(spdep)
}
if(!require(coda)){
  install.packages("coda")
  library(coda)
}
if(!require(xtable)){
  install.packages("xtable")
  library(xtable)
}
if(!require(metan)){
  install.packages("metan")
  library(metan)
}
if(!require(greekLetters)){
  install.packages("greekLetters")
  library(greekLetters)
}
if(!require(ggplot2)){
  install.packages("ggplot2")
  library(ggplot2)
}
if(!require(RColorBrewer)){
  install.packages("RColorBrewer")
  library(RColorBrewer)
}
if(!require(GGally)){
  install.packages("GGally")
  library(GGally)
}
if(!require(wesanderson)){
  install.packages("wesanderson")
  library(wesanderson)
```

```

    }
}
#-----

#-----

#### Modelagem Unidades da Federacao

#-----

# Importando base e shapefile das UF's
#-----

# Usando informacoes da base de trabalho
# como a matriz de vizinhanca e as covariaveis
baseuf          = read_excel("base.xlsx")          # Importando Base das UF's
baseuf          = baseuf %>%filter(Ano=="2018") # Selecionando dados de 2018
baseuf          = baseuf%>%dplyr::rename(IG="Índice de Gini",
SR="Sem rendimento")
baseuf          = baseuf%>%dplyr::mutate(PEMC=EMC+ESI+ESC,taxa=obitos/Pop,
ltaxa=log(taxa))
baseuf          = baseuf%>%dplyr::select(UF,obitos,Ano,Frota,RMPC,RMDPC,SR,IG,
TFEB,AE, PEMC,Pop,taxa,ltaxa)
# Padronizando variaveis
baseuf          = baseuf%>%dplyr::mutate(Frota=(Frota-mean(Frota))/sd(Frota))
baseuf          = baseuf%>%dplyr::mutate(obitospadr=(obitos-mean(obitos))/
sd(obitos))

# Shape file
wd=getwd()
sf.uf = read_sf(paste(wd,"/Brasil",sep=""),"UFEBRASIL")

##### Analise descritiva #####

# Histograma e boxplot do log das taxas de óbitos por acidentes de transporte
no Brasil

```

```

par(mar=c(5,5,4,4),mfrow=c(1,1))
hist(baseuf$ltaxa,xlab="Log das taxas de óbitos",ylab="Frequência",main="",
cex.lab=1.6)

cores <- brewer.pal(8, "Dark2")
graf1=baseuf%>%ggplot(aes(y=ltaxa))+geom_boxplot(fill=cores[6])+
  theme(axis.title=element_text(size=18), plot.margin = margin(1, 2, 1, 2, "cm"),
axis.text.x=element_blank(),axis.ticks.x=element_blank(),
axis.text.y = element_text(size=14) ) +ylab("Log (Taxa)")

graf1

# Mapa coroplético graduado em quartis

quartis=quantile(baseuf$ltaxa) # Quartis
classesquantil= cut(baseuf$ltaxa,breaks = unname(quartis),include.lowest=TRUE)
# separação por quartis
classesinter= cut(baseuf$ltaxa,breaks = 4,include.lowest=TRUE) # separação por
intervalos iguais

paleta=wes_palette("Moonrise3")
paleta2=colorRampPalette(paleta[c(4,3)]) # Cores em Degradê

graf2=ggplot(sf.uf)+geom_sf(aes(fill=classesquantil))+ylab("Latitude")+
xlab("Longitude")+
  scale_fill_manual(values = paleta2(4),name="Log da taxa")+
  theme(axis.title= element_text(size=14),legend.title=element_text(size=14) )
graf2

# Mapa coroplético por intervalos iguais

graf3=ggplot(sf.uf)+geom_sf(aes(fill=classesinter))+ylab("Latitude")+
xlab("Longitude")+

```

```

scale_fill_manual(values = paleta2(4),name="Log da taxa")+
theme(axis.title=element_text(size=14),legend.title=element_text(size=14) )

#-----

# Criando Matriz de vizinhanca W

wd      = getwd()
sf.uf = readOGR(paste(wd,"/Brasil",sep=""),"UFEBRASIL") # Importante Shape file
sf::sf_use_s2(FALSE)          # Desligando geometria esférica
W.nb    <- poly2nb(sf.uf , row.names = rownames(sf.uf@data))
W.list  <- nb2listw(W.nb, style="B")
W.uf    <- nb2mat(W.nb, style="B")
n.uf    = nrow(W.uf)

# Índice de Moran e Geary

moran.test(baseuf$ltaxa,W.list)
geary.test(baseuf$ltaxa,W.list,alternative = "less")

# Correlações entre Covariáveis e variável resposta
correl = NULL
for(i in 4:(ncol(baseuf)-4))
{
  correl[i-3] = cor(baseuf$ltaxa, baseuf[,i])
}
par(mar=c(5,5,5,5),mfrow=c(1,1))
hist(correl,main="",cex.lab=1.6, xlab="Colerrações",ylab="Frequências")

ggcorr(baseuf[,c(14,4:11)],cex=7,label=TRUE,label_size = 6)

# Boxplots das Covariáveis IG e PEMC

graf7.1=baseuf%>%ggplot(aes(y=IG))+geom_boxplot(fill=cores[7])+

```

```

    theme(plot.margin = margin(2, 0, 2, 0, "cm"),axis.text.x=element_blank(),
axis.ticks.x=element_blank(),axis.text.y = element_text(size=14),
axis.title=element_text(size=18) )

```

```

graf7.2=baseuf%>%ggplot(aes(y=PEMC))+geom_boxplot(fill=cores[1])+
    theme(plot.margin = margin(2, 0, 2, 0, "cm"),axis.text.x=element_blank(),
axis.ticks.x=element_blank(),axis.text.y = element_text(size=14),
axis.title=element_text(size=18))

```

```

gridExtra::grid.arrange(graf7.1,graf7.2,ncol=2)

```

```

##### Modelo Independente #####

```

```

#-----

```

```

#Definindo as variaveis

```

```

n      = nrow(baseuf)
y      = baseuf$ltaxa
x      = matrix(1,n,3)
x[,2]  = baseuf$IG
x[,3]  = baseuf$PEMC
p      = ncol(x)

```

```

#-----

```

```

# Ajustando os dados via regressao linear bayesiana

```

```

#  $Y_i \sim X_i * \beta + e_i$ ,  $e_i \sim N(0, \nu^2)$ 

```

```

naquec          = 100
nite            = 1000 + naquec
cond.beta.ml    = matrix(NA,nite,p)
cond.nu2.ml     = NULL
cond.beta.ml[1,] = rep(0,p)

```

```

cond.nu2.ml[1]      = 1
a.priori.nu        = 2
b.priori.nu        = 1
var.priori.beta    = 1000

for(it in 2:nite)
{
  cond.nu2.ml[it]   = 1/rgamma(1, a.priori.nu + n/2, b.priori.nu + 0.5 *
                        t(y - x %>% cond.beta.ml[it-1,]) %>%
                        (y - x %>% cond.beta.ml[it-1,]))

  nu2.post.beta     = solve(diag(p)/var.priori.beta + (t(x)%>%x)/cond.nu2.ml[it] )
  m.post.beta       = nu2.post.beta %>% (t(x)%%y) / cond.nu2.ml[it]
  cond.beta.ml[it,] = mvrnorm(1, m.post.beta, nu2.post.beta)
}

# Analisando convergencia
seq.post = seq(100,nite,by=1)

media.beta.ml = NULL
for(k in 1:p){
  media.beta.ml[k] = mean(cond.beta.ml[seq.post,k])
}

residuos = y - x %>% media.beta.ml
EQM1=mean(residuos^2)
DIC1=2*(mean(-2*log(residuos^2)))-(-2*log(mean(residuos^2)))

#-----
# Analisando convergencia
# Nomeando os betas
beta.names=c(expression(beta[1]),expression(beta[2]),expression(beta[3]))

# Traços a posteriori das cadeias geradas dos parâmetros do modelo independente

```

```

par(mar=c(4,6,4,4),mfrow=c(2,2))
for(k in 1:p)
{
  plot(cond.beta.ml[seq.post,k],ylab=beta.names[k],xlab="iterações",type="l",
       cex.lab=1.8,cex.axis=1.6)
  abline(h=0,lty=1,lwd=2,col="red")
}
plot(cond.nu2.ml[seq.post],xlab="iterações",ylab=expression(nu^2),type="l",
     cex.lab=1.8,cex.axis=1.6)
abline(h=0,lty=1,lwd=2,col="red")

```

Gráficos de autocorrelação dos parâmetros do modelo independente

```

par(mar=c(5,5,2,2),mfrow=c(2,2))
for(k in 1:p)
{
  acf(cond.beta.ml[seq.post,k],bty="n",ylab=beta.names[k],main="",xlab="defasagem",
      cex.lab=1.8,cex.axis=1.6)
  #acf(cond.beta.ml[seq.post,k],bty="n",ylab=paste0(greek$beta,k),main="",
      xlab="defasagem",cex.lab=1.4,cex.axis=1.4)
}
acf(cond.nu2.ml[seq.post],bty="n",ylab=expression(nu^2),main="",xlab="defasagem",
    cex.lab=1.8,cex.axis=1.6)

```

Histograma da distribuição a posteriori dos parâmetros do modelo independente

```

par(mfrow=c(2,2))
for(k in 1:p)
{
  cad = 1
  hist(cond.beta.ml[seq.post,k],freq=F,bty="n",ylab="densidade",xlab= beta.names[k]
      main="",cex.lab=1.8,cex.axis=1.6)

```



```

abline(v=mean(cond.beta.ml[seq.post,k]),lwd=2,col="blue")
abline(v=quantile(cond.beta.ml[seq.post,k],0.025),lwd=2,lty=3,col="blue")
abline(v=quantile(cond.beta.ml[seq.post,k],0.975),lwd=2,lty=3,col="blue")
abline(v=0,lwd=2,col="red")
}

hist(cond.nu2.ml[seq.post],freq=F,bty="n",ylab="densidade",xlab=expression(nu^2),
main="",cex.lab=1.8,cex.axis=1.6)
abline(v=mean(cond.nu2.ml[seq.post]),lwd=2,col="blue")
abline(v=quantile(cond.nu2.ml[seq.post],0.025),lwd=2,lty=3,col="blue")
abline(v=quantile(cond.nu2.ml[seq.post],0.975),lwd=2,lty=3,col="blue")
abline(v=0,lwd=2,col="red")

# Tabela resumo Modelo Independente

parametros.ind=c("$\\beta_1$", "$\\beta_2$", "$\\beta_3$", "$\\nu^2$")
med.nu2.ind = median(cond.nu2.ml)
q1.nu2.ind = unname(quantile(cond.nu2.ml,0.025))
q3.nu2.ind = unname(quantile(cond.nu2.ml,0.975))
med.beta1.ind = median(cond.beta.ml[,1])
q1.beta1.ind = unname(quantile(cond.beta.ml[,1],0.025))
q3.beta1.ind = unname(quantile(cond.beta.ml[,1],0.975))
med.beta2.ind = median(cond.beta.ml[,2])
q1.beta2.ind = unname(quantile(cond.beta.ml[,2],0.025))
q3.beta2.ind = unname(quantile(cond.beta.ml[,2],0.975))
med.beta3.ind = median(cond.beta.ml[,3])
q1.beta3.ind = unname(quantile(cond.beta.ml[,3],0.025))
q3.beta3.ind = unname(quantile(cond.beta.ml[,3],0.975))

medianas.ind=c(med.beta1.ind,med.beta2.ind,med.beta3.ind,med.nu2.ind)
q1.ind=c(q1.beta1.ind,q1.beta2.ind,q1.beta3.ind,q1.nu2.ind)
q3.ind=c(q3.beta1.ind,q3.beta2.ind,q3.beta3.ind,q3.nu2.ind)

```

```

tabela.ind=data.frame(Parametro=as.character(parametros.ind),Mediana=medianas.ind,
"IC_{95%}"=paste0("[",round(q1.ind,3),"",round(q3.ind,3),"]"))
print(xtable(tabela.ind,digits = 3), sanitize.text.function=identity,
decimal.mark = ",",sanitize.colnames.function = identity, include.rownames = F)

# Analise dos resíduos
residuos = y - x %*% media.beta.ml
par(mar=c(10,4,4,4),mfrow=c(1,2))
hist(residuos,freq=F,bty="n",ylab="densidade",xlab="resíduos",main="",cex.lab=1.6,
cex.axis=1.4)
qqnorm(residuos,cex.lab=1.6,cex.axis=1.4,xlab="quantis teóricos",
ylab="quantis amostrais",bty="n",lwd=2,main="")
qqline(residuos,col="red",lwd=2)

moran.test(residuos,W.list)

#####                Modelo Espacial                #####

#-----
#Ajustando os dados via inferencia bayesiana atraves do CAR Bayes
n      = nrow(baseuf)
y      = baseuf$ltaxa
x      = matrix(1,n,3)
x[,2]  = baseuf$IG
x[,3]  = baseuf$PEMC
p      = ncol(x)

#-----
# Configuração MCMC

#n.cadeias      <- 1

```

```

n.aquecimento <- 100
n.espacamento <- 150
n.post <- 1000
n.iter <- n.aquecimento + n.post*n.espacamento

# Ajustando o modelo via CARBayes

a.priori.tau = a.priori.nu
b.priori.tau = b.priori.nu
modelo.uf <- S.CARleroux(formula=y ~ x - 1,#data = baseuf,
                          family="gaussian",
                          W=W.uf, burnin=n.aquecimento, n.sample=n.iter,
                          thin = n.espacamento, prior.mean.beta=rep(0,p),
                          prior.var.beta=rep(var.priori.beta,p),
                          prior.tau2 = c(a.priori.tau, b.priori.tau))

modelo.uf$summary.results
residuos.uf=unname(modelo.uf$residuals$response)
EQME1=mean((modelo.uf$fitted.values-y)^2)
DICE1=unname(modelo.uf$modelfit["DIC"])

#-----
# Alocando as amostras a posteriori
cond.rho.uf = modelo.uf$samples$rho
cond.tau2.uf = modelo.uf$samples$tau2
cond.nu2.uf = modelo.uf$samples$nu2
cond.beta.uf = modelo.uf$samples$beta
cond.phi.uf = modelo.uf$samples$phi

beta.labels.uf <- paste0("beta[", 1:p, "]") # Nomeando os Betas

#-----

# Analisando convergencia

```

```

# Traços a posteriori das cadeias geradas de  $\rho$ ,  $\tau^2$  e  $\nu^2$  do
modelo espacial

par(mar=c(4,6,4,4),mfrow=c(2,2))
for(k in 1:p)
{
  traceplot(cond.beta.uf[,k],ylab=beta.names[k],xlab="iterações",cex.lab=1.8,
  cex.axis=1.6)
  abline(h=0,lty=1,lwd=2,col="red")
}

traceplot(modelo.uf$samples$nu2,,xlab="iterações",ylab=expression(nu^2),
cex.lab=1.8,cex.axis=1.6)
abline(h=0,lty=1,lwd=2,col="red")

# Traços a posteriori das cadeias geradas de  $\rho$ ,  $\tau^2$  e  $\nu^2$  do modelo

par(mar=c(6,5,6,2),mfrow=c(1,2))
traceplot(modelo.uf$samples$rho,xlab="iterações",ylab=expression(rho),
cex.lab=1.8,cex.axis=1.6)

abline(h=0,lty=1,lwd=2,col="red")

traceplot(modelo.uf$samples$tau2,,xlab="iterações",ylab=expression(tau^2),
cex.lab=1.8,cex.axis=1.6)

abline(h=0,lty=1,lwd=2,col="red")

# Gráficos de autocorrelação dos parâmetros  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$  e
 $\nu^2$  do modelo espacial

par(mar=c(5,5,2,2),mfrow=c(2,2))
cad = 1
for(k in 1:p)

```

```

{
  acf(cond.beta.uf[,k], bty="n", ylab=beta.names[k], main="", xlab="defasagem",
    cex.lab=1.8, cex.axis=1.6)

}

acf(cond.nu2.uf, bty="n", ylab=expression(nu^2), main="", xlab="defasagem", cex.lab=1.8,
  cex.axis=1.6)

# Gráfico de autocorrelação dos parâmetros  $\rho$  e  $\tau^2$  do modelo espacial
par(mar=c(6,5,6,2), mfrow=c(1,2))
acf(cond.rho.uf, bty="n", ylab=expression(rho), main="", xlab="defasagem", cex.lab=1.8,
  cex.axis=1.6)
acf(cond.tau2.uf, bty="n", ylab=expression(tau^2), main="", xlab="defasagem",
  cex.lab=1.8, cex.axis=1.6)

#-----
# Tabela de Estimativas pontuais e intervalares dos parâmetros do modelo espacial

parametros.esp=c("$\\beta_1$", "$\\beta_2$", "$\\beta_3$", "$\\nu^2$", "$\\tau^2$",
  "$\\rho$")
medianas.esp=unname(modelo.uf$summary.results[,1])
IC25.esp=unname(modelo.uf$summary.results[,2])
IC975.esp=unname(modelo.uf$summary.results[,3])

tabela.esp=data.frame(Parametro=as.character(parametros.esp), Mediana=medianas.esp,
  "IC_{95%}"=paste0("[", round(IC25.esp,3), ",",
  round(IC975.esp,3), "]"))

print(xtable(tabela.esp, digits = 3), sanitize.text.function=identity,
  decimal.mark = ",", sanitize.colnames.function = identity, include.rownames = F)

# Histograma da distribuição a posteriori de  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$  e
#  $\nu^2$  do modelo espacial

```

```

par(mfrow=c(2,2))
for(k in 1:p)
{
  cad = 1
  hist(cond.beta.uf[,k],freq=F,bty="n",ylab="densidade",xlab= beta.names[k],
  main="",cex.lab=1.8,cex.axis=1.6)

  abline(v=mean(cond.beta.uf[,k]),lwd=2,col="blue")
  abline(v=quantile(cond.beta.uf[,k],0.025),lwd=2,lty=3,col="blue")
  abline(v=quantile(cond.beta.uf[,k],0.975),lwd=2,lty=3,col="blue")
  abline(v=0,lwd=2,col="red")
}
hist(cond.nu2.uf,freq=F,bty="n",ylab="densidade",xlab=expression(nu^2),main="",
cex.lab=1.8,cex.axis=1.6)
abline(v=mean(cond.nu2.uf),lwd=2,col="blue")
abline(v=quantile(cond.nu2.uf,0.025),lwd=2,lty=3,col="blue")
abline(v=quantile(cond.nu2.uf,0.975),lwd=2,lty=3,col="blue")
abline(v=0,lwd=2,col="red")

# Histograma da distribuição a posteriori de  $\rho$  e  $\tau^2$  do modelo espacial
par(mar=c(8,4,7,2),mfrow=c(1,2))
hist(cond.rho.uf,freq=F,bty="n",ylab="densidade",xlab=expression(rho),main="",
cex.lab=1.8,cex.axis=1.6)
abline(v=mean(cond.rho.uf),lwd=2,col="blue")
abline(v=quantile(cond.rho.uf,0.025),lwd=2,lty=3,col="blue")
abline(v=quantile(cond.rho.uf,0.975),lwd=2,lty=3,col="blue")
abline(v=0,lwd=2,col="red")

hist(cond.tau2.uf,freq=F,bty="n",ylab="densidade",xlab=expression(tau^2),main="",
cex.lab=1.8,cex.axis=1.6)
abline(v=mean(cond.tau2.uf),lwd=2,col="blue")
abline(v=quantile(cond.tau2.uf,0.025),lwd=2,lty=3,col="blue")
abline(v=quantile(cond.tau2.uf,0.975),lwd=2,lty=3,col="blue")

```

```
abline(v=0,lwd=2,col="red")
```

```
# Analisando os efeitos espaciais
```

```
phi.names=c(expression(phi[1]),expression(phi[2]),expression(phi[3]),  
              expression(phi[4]),expression(phi[5]),expression(phi[6]),  
              expression(phi[7]),expression(phi[8]),expression(phi[9]),  
              expression(phi[10]),expression(phi[11]),expression(phi[12]),  
              expression(phi[13]),expression(phi[14]),expression(phi[15]),  
              expression(phi[16]),expression(phi[17]),expression(phi[18]),  
              expression(phi[19]),expression(phi[20]),expression(phi[21]),  
              expression(phi[22]),expression(phi[23]),expression(phi[24]),  
              expression(phi[25]),expression(phi[26]),expression(phi[27])  
            )
```

```
# Traços a posteriori das cadeias geradas de 16 efeitos espaciais sorteados  
# aleatoriamente do modelo espacial
```

```
seqs = sort(sample(1:n, 16))  
par(mar=c(4,6,4,2),mfrow=c(4,4))  
for(k in 1:length(seqs))  
{  
  traceplot(cond.phi.uf[,seqs[k]],xlab="iterações",ylab=phi.names[seqs[k]],  
            cex.lab=1.8,cex.axis=1.6)  
  abline(h=0,lty=1,lwd=2,col="red")  
}
```

```
# Gráficos de autocorrelação dos efeitos espaciais sorteados aleatoriamente  
# do modelo espacial
```

```
par(mar=c(2,6,4,2),mfrow=c(4,4))
```

```
for(k in 1:length(seqs))  
{
```

```

    acf(cond.phi.uf[,seqs[k]], bty="n", ylab=phi.names[seqs[k]], main="",
        xlab="defasagem", cex.lab=1.8, cex.axis=1.6)
  }

# Histograma da distribuição a posteriori dos efeitos espaciais sorteados
#aleatoriamente do modelo espacial
par(mar=c(2,6,4,2), mfrow=c(4,4))
for(k in 1:length(seqs))
{
  hist(cond.phi.uf[,k], freq=F, bty="n", ylab="densidade", xlab=phi.names[seqs[k]],
      main="", cex.lab=1.8, cex.axis=1.6)
  abline(v=mean(cond.phi.uf[,k]), lwd=2, col="blue")
  abline(v=quantile(cond.phi.uf[,k], 0.025), lwd=2, lty=3, col="blue")
  abline(v=quantile(cond.phi.uf[,k], 0.975), lwd=2, lty=3, col="blue")
  abline(v=0, lwd=2, col="red")
}

# Estimativas Intervalares e Pontuais dos efeitos espaciais sorteados
#aleatoriamente do modelo espacial
par(mar=c(4,6,4,4), mfrow=c(1,1))
media.phi = NULL
q.phi      = matrix(NA, n, 3)
for(i in 1:n){
  media.phi[i] = mean(cond.phi.uf[,i])
  q.phi[i,]    = quantile(cond.phi.uf[,i], c(0.025, 0.5, 0.975))
}
plot(media.phi, ylim=c(min(q.phi), max(q.phi)), lwd=2, bty="n", axes=F, xlab="",
     ylab=expression(phi), cex.lab=1.8, cex.axis=1.6)
axis(2, cex.lab=1.4, cex.axis=1.4)
axis(1, at=1:n, label=1:n, cex.lab=1.4, cex.axis=1.4, las=2)
for(j in 1:n){
  segments(x0=j, x1=j, y0=q.phi[j,1], y1=q.phi[j,3], lwd=2)
}
abline(h=0, lwd=2, col="red")

```



```

# analisando os residuos do modelo espacial

# Histograma e qqplot dos resíduos do modelo espacial
par(mar=c(6,5,6,2),mfrow=c(1,2))
hist(modelo.uf$residuals$response,freq=F,cex.lab=1.8,cex.axis=1.6,ylab="densidade",
xlab="resíduos",main="")
qqnorm(modelo.uf$residuals$response,cex.lab=1.4,cex.axis=1.4,
ylab="quantis amostrais",xlab="quantis teóricos",main="",lwd=2,bty="n")
qqline(modelo.uf$residuals$response,col="red",lwd=2)

##### Modelos Independentes com diferentes covariáveis #####
#####                               Modelo Independente 2                               #####

## Selecionando modelos

# Modelo Independente 2
n      = nrow(baseuf)
y      = baseuf$ltaxa
x      = matrix(1,n,2)
x[,2]  = baseuf$IG
#x[,3] = baseuf$PEMC
p      = 2

naquec          = 100
nite            = 1000 + naquec
cond.beta.ml2   = matrix(NA,nite,p)
cond.nu2.ml2    = NULL
cond.beta.ml2[1,] = rep(0,p)
cond.nu2.ml2[1]  = 1

#-----
#Ajustando os dados via regressao linear bayesiana
#  $Y_i \sim X_i * \beta + e_i, \quad e_i \sim N(0, \nu^2)$ 

```

```

nu2.post.beta=NULL
m.post.beta = NULL
for(it in 2:nite)
{
  cond.nu2.ml2[it] = 1/rgamma(1, a.priori.nu + n/2, b.priori.nu + 0.5 *
                        t(y - x %*% cond.beta.ml2[it-1,]) %*%
                        (y - x %*% cond.beta.ml2[it-1,]))

  nu2.post.beta = solve(diag(p)/var.priori.beta + (t(x)%*%x)/cond.nu2.ml2[it])
  m.post.beta = nu2.post.beta %*% (t(x)%*%y) / cond.nu2.ml2[it]
  cond.beta.ml2[it,] = mvrnorm(1, m.post.beta, nu2.post.beta)
}

media.beta.ml2 = NULL
for(k in 1:p){
  media.beta.ml2[k] = mean(cond.beta.ml2[seq.post,k])
}

residuos2 = y - x %*% media.beta.ml2
EQM2=mean(residuos2^2)
DIC2=2*(mean(-2*log(residuos2^2)))-(-2*log(mean(residuos2^2)))

##### Modelo Independente 3 #####

n = nrow(baseuf)
y = baseuf$ltaxa
x = matrix(1,n,2)
#x[,2] = baseuf$IG
x[,2] = baseuf$PEMC
p = ncol(x)

cond.beta.ml3 = matrix(NA,nite,p)
cond.nu2.ml3 = NULL
cond.beta.ml3[1,] = rep(0,p)
cond.nu2.ml3[1] = 1

```

```

#-----
#Ajustando os dados via regressao linear bayesiana
#  $Y_i \sim X_i * \beta + e_i$ ,  $e_i \sim N(0, \nu^2)$ 
nu2.post.beta=NULL
m.post.beta = NULL
for(it in 2:nite)
{
  cond.nu2.ml3[it] = 1/rgamma(1, a.priori.nu + n/2, b.priori.nu + 0.5 *
                        t(y - x %>% cond.beta.ml3[it-1,]) %>%
                        (y - x %>% cond.beta.ml3[it-1,]))

  nu2.post.beta = solve(diag(p)/var.priori.beta + (t(x)%*%x)/cond.nu2.ml3[it] )
  m.post.beta = nu2.post.beta %>% (t(x)%*%y) / cond.nu2.ml3[it]
  cond.beta.ml3[it,] = mvrnorm(1, m.post.beta, nu2.post.beta)
}

media.beta.ml3 = NULL
for(k in 1:p){
  media.beta.ml3[k] = mean(cond.beta.ml3[seq.post,k])
}
residuos3 = y - x %>% media.beta.ml3
EQM3=mean(residuos3^2)
DIC3=2*(mean(-2*log(residuos3^2)))-(-2*log(mean(residuos3^2)))

##### Modelo Independente 4 #####
n = nrow(baseuf)
y = baseuf$ltaxa
x = matrix(1,n,1)
#x[,2] = baseuf$IG
#x[,2] = baseuf$PEMC
p = ncol(x)

cond.beta.ml4 = matrix(NA,nite,p)
cond.nu2.ml4 = NULL
cond.beta.ml4[1,] = rep(0,p)

```

```

cond.nu2.ml4[1]      = 1

#-----
#Ajustando os dados via regressao linear bayesiana
# Yi ~ Xi * beta + ei,   ei ~ N(0, nu^2)
nu2.post.beta=NULL
m.post.beta = NULL

for(it in 2:nite)
{
  cond.nu2.ml4[it]  = 1/rgamma(1, a.priori.nu + n/2, b.priori.nu + 0.5 *
                        t(y - x %>% cond.beta.ml4[it-1,])

                        %>% (y - x %>% cond.beta.ml4[it-1,]))

  nu2.post.beta    = solve(diag(p)/var.priori.beta + (t(x)%*%x)/cond.nu2.ml4[it] )
  m.post.beta      = nu2.post.beta %>% (t(x)%*%y) / cond.nu2.ml4[it]
  cond.beta.ml4[it,] = mvrnorm(1, m.post.beta, nu2.post.beta)
}

media.beta.ml4 = NULL
for(k in 1:p){
  media.beta.ml4[k] = mean(cond.beta.ml4[seq.post,k])
}
residuos4 = y - x %>% media.beta.ml4
EQM4=mean(residuos4^2)
DIC4=2*(mean(-2*log(residuos4^2)))-(-2*log(mean(residuos4^2)))

#####                               Modelo Independente 5                               #####

n      = nrow(baseuf)
y      = baseuf$ltaxa
x      = matrix(1,n,1)
x[,1]  = baseuf$IG
#x[,2] = baseuf$PEMC

```



```

y      = baseuf$ltaxa
x      = matrix(1,n,1)
#x[,1] = baseuf$IG
x[,1]  = baseuf$PEMC
p      = ncol(x)
cond.beta.ml6      = matrix(NA,nite,p)
cond.nu2.ml6       = NULL
cond.beta.ml6[1,]  = rep(0,p)
cond.nu2.ml6[1]    = 1

#-----
#Ajustando os dados via regressao linear bayesiana
#  $Y_i \sim X_i * \beta + e_i$ ,  $e_i \sim N(0, \nu^2)$ 
nu2.post.beta=NULL
m.post.beta = NULL

for(it in 2:nite)
{
  cond.nu2.ml6[it] = 1/rgamma(1, a.priori.nu + n/2, b.priori.nu + 0.5 *
                                t(y - x %>% cond.beta.ml6[it-1,])
                                %>% (y - x %>% cond.beta.ml6[it-1,]))

  nu2.post.beta      = solve(diag(p)/var.priori.beta + (t(x)%>%x)/cond.nu2.ml6[it] )
  m.post.beta        = nu2.post.beta %>% (t(x)%%y) / cond.nu2.ml6[it]
  cond.beta.ml6[it,] = mvrnorm(1, m.post.beta, nu2.post.beta)
}

media.beta.ml6 = NULL
for(k in 1:p){
  media.beta.ml6[k] = mean(cond.beta.ml6[seq.post,k])
}
residuos6 = y - x %>% media.beta.ml6
EQM6=mean(residuos6^2)

```

```
DIC6=2*(mean(-2*log(residuos6^2)))-(-2*log(mean(residuos6^2)))
```

```
EQM=round(c(EQM1,EQM2,EQM3,EQM4,EQM5,EQM6),3)
```

```
DIC=round(c(DIC1,DIC2,DIC3,DIC4,DIC5,DIC6),3)
```

```
##### Modelos Leroux com diferentes Covariáveis #####
```

```
##### Modelo Espacial 2 #####
```

```
n = nrow(baseuf)
```

```
y = baseuf$ltaxa
```

```
x = matrix(1,n,3)
```

```
x[,2] = baseuf$IG
```

```
x[,3] = baseuf$PEMC
```

```
p = 2
```

```
modelo.uf2 <- S.CARleroux(formula=y ~ x[,1:2] - 1,#data = baseuf,
                          family="gaussian",
                          W=W.uf, burnin=n.aquecimento, n.sample=n.iter,
                          thin = n.espacamento, prior.mean.beta=rep(0,p),
                          prior.var.beta=rep(var.priori.beta,p),
                          prior.tau2 = c(a.priori.tau, b.priori.tau))
```

```
EQME2=mean((modelo.uf2$fitted.values-y)^2)
```

```
DICE2=unname(modelo.uf2$modelfit["DIC"])
```

```
##### Modelo Espacial 3 #####
```

```
modelo.uf3 <- S.CARleroux(formula=y ~ x[,c(1,3)] - 1,#data = baseuf,
                          family="gaussian",
                          W=W.uf, burnin=n.aquecimento, n.sample=n.iter,
                          thin = n.espacamento, prior.mean.beta=rep(0,p),
                          prior.var.beta=rep(var.priori.beta,p),
                          prior.tau2 = c(a.priori.tau, b.priori.tau))
```

```
EQME3=mean((modelo.uf3$fitted.values-y)^2)
```

```
DICE3=unname(modelo.uf3$modelfit["DIC"])
```

```
#####
```

```
Modelo Espacial 4
```

```
#####
```

```
p=1
```

```
modelo.uf4      <- S.CARleroux(formula=y ~ x[,1] - 1,#data = baseuf,
                             family="gaussian",
                             W=W.uf, burnin=n.aquecimento, n.sample=n.iter,
                             thin = n.espacamento, prior.mean.beta=rep(0,p),
                             prior.var.beta=rep(var.priori.beta,p),
                             prior.tau2 = c(a.priori.tau, b.priori.tau))
```

```
EQME4=mean((modelo.uf4$fitted.values-y)^2)
```

```
DICE4=unname(modelo.uf4$modelfit["DIC"])
```

```
#####
```

```
Modelo Espacial 5
```

```
#####
```

```
modelo.uf5      <- S.CARleroux(formula=y ~ x[,2] - 1,#data = baseuf,
                             family="gaussian",
                             W=W.uf, burnin=n.aquecimento, n.sample=n.iter,
                             thin = n.espacamento, prior.mean.beta=rep(0,p),
                             prior.var.beta=rep(var.priori.beta,p),
                             prior.tau2 = c(a.priori.tau, b.priori.tau))
```

```
EQME5=mean((modelo.uf5$fitted.values-y)^2)
```

```
DICE5=unname(modelo.uf5$modelfit["DIC"])
```

```
#####
```

```
Modelo Espacial 6
```

```
#####
```

```
modelo.uf6      <- S.CARleroux(formula=y ~ x[,3] - 1,#data = baseuf,
                             family="gaussian",
                             W=W.uf, burnin=n.aquecimento, n.sample=n.iter,
                             thin = n.espacamento, prior.mean.beta=rep(0,p),
                             prior.var.beta=rep(var.priori.beta,p),
```



```

                                prior.tau2 = c(a.priori.tau, b.priori.tau))
EQME6=mean((modelo.uf6$fitted.values-y)^2)
DICE6=unname(modelo.uf6$modelfit["DIC"])

#####          Comparando as medidas e escolhendo o Modelo          #####

# Tabela de comparação de Modelos

EQME=round(c(EQME1,EQME2,EQME3,EQME4,EQME5,EQME6),3)
DICE=round(c(DICE1,DICE2,DICE3,DICE4,DICE5,DICE6),3)
Modelo=c("Intercepto+IG+PEMC","Intercepto+IG","Intercepto+PEMC","Intercepto","IG",
"PEMC")

# Tabela dos modelos Independentes
print(xtable(cbind(Modelo,EQM,DIC)),include.rownames = F)

# Tabela dos modelos Espaciais
print(xtable(cbind(Modelo,EQME,DICE)),include.rownames = F)

# Analisando modelo Modelo.uf2 escolhido

p=2
#-----
# Alocando as amostras a posteriori
cond.rho.uf2  = modelo.uf2$samples$rho
cond.tau2.uf2 = modelo.uf2$samples$tau2
cond.nu2.uf2  = modelo.uf2$samples$nu2
cond.beta.uf2 = modelo.uf2$samples$beta
cond.phi.uf2  = modelo.uf2$samples$phi

beta.labels.uf      <- paste0("beta[", 1:p, "]") # Nomeando os Betas

```

```

#-----
# Tabela de Estimativas pontuais e intervalares dos parâmetros do modelo escolhido

parametros.esc=c("$\\beta_1$", "$\\beta_2$", "$\\nu^2$", "$\\tau^2$", "$\\rho$")
medianas.esc=unname(modelo.uf2$summary.results[,1])
IC25.esc=unname(modelo.uf2$summary.results[,2])
IC975.esc=unname(modelo.uf2$summary.results[,3])

tabela.esc=data.frame(Parametro=as.character(parametros.esc), Mediana=medianas.esc,
                      "IC_{95%}"=paste0("[", round(IC25.esc,3), ",",
                      round(IC975.esc,3), "]"))

print(xtable(tabela.esc, digits = 3), sanitize.text.function=identity,
      decimal.mark = ",", sanitize.colnames.function = identity, include.rownames = F)

exp(modelo.uf2$summary.results)

# Traço das cadeias dos parâmetros  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\nu^2$ ,  $\rho$  e  $\tau^2$ 
#do modelo espacial escolhido
par(mar=c(4,6,4,4), mfrow=c(3,2))
for(k in 1:p)
{
  traceplot(cond.beta.uf[,k], ylab=beta.names[k], xlab="iterações",
            cex.lab=1.8, cex.axis=1.6)
  abline(h=0, lty=1, lwd=2, col="red")
}

traceplot(modelo.uf$samples$nu2, xlab="iterações", ylab=expression(nu^2),
          cex.lab=1.8, cex.axis=1.6)
abline(h=0, lty=1, lwd=2, col="red")
traceplot(modelo.uf$samples$rho, xlab="iterações", ylab=expression(rho),
          cex.lab=1.8, cex.axis=1.6)
#abline(h=mean(cond.rho.uf), lwd=2, col="blue")
#abline(h=quantile(cond.rho.uf, 0.025), lwd=2, lty=3, col="red")

```

```
#abline(h=quantile(cond.rho.uf,0.975),lwd=2,lty=3,col="red")
abline(h=0,lty=1,lwd=2,col="red")
```

```
traceplot(modelo.uf$samples$tau2,,xlab="iterações",ylab=expression(tau^2),
cex.lab=1.8,cex.axis=1.6)
```

```
abline(h=0,lty=1,lwd=2,col="red")
```

```
# Correlação das cadeias dos parâmetros  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\nu^2$ ,  $\rho$  e  $\tau^2$ 
# do modelo espacial escolhido
```

```
par(mar=c(5,5,2,2),mfrow=c(3,2))
```

```
cad = 1
```

```
for(k in 1:p)
```

```
{
```

```
  acf(cond.beta.uf[,k],bty="n",ylab=beta.names[k],main="",xlab="defasagem",
  cex.lab=1.8,cex.axis=1.6)
```

```
}
```

```
acf(cond.nu2.uf,bty="n",ylab=expression(nu^2),main="",xlab="defasagem",cex.lab=1.8,
cex.axis=1.6)
```

```
acf(cond.rho.uf,bty="n",ylab=expression(rho),main="",xlab="defasagem",cex.lab=1.8,
cex.axis=1.6)
```

```
acf(cond.tau2.uf,bty="n",ylab=expression(tau^2),main="",xlab="defasagem",
cex.lab=1.8,cex.axis=1.6)
```

```
# Histograma das distribuições a posteriori dos parâmetros  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,
#  $\nu^2$ ,  $\rho$  e  $\tau^2$  do modelo espacial escolhido
```

```
par(mfrow=c(3,2))
```

```
for(k in 1:p)
```

```
{
```

```
  cad = 1
```

```
  hist(cond.beta.uf[,k],freq=F,bty="n",ylab="densidade",xlab= beta.names[k],
  main="",cex.lab=1.8,cex.axis=1.6)
```

```

    abline(v=mean(cond.beta.uf[,k]),lwd=2,col="blue")
    abline(v=quantile(cond.beta.uf[,k],0.025),lwd=2,lty=3,col="blue")
    abline(v=quantile(cond.beta.uf[,k],0.975),lwd=2,lty=3,col="blue")
    abline(v=0,lwd=2,col="red")
  }
hist(cond.nu2.uf,freq=F,bty="n",ylab="densidade",xlab=expression(nu^2),
main="",cex.lab=1.8,cex.axis=1.6)
abline(v=mean(cond.nu2.uf),lwd=2,col="blue")
abline(v=quantile(cond.nu2.uf,0.025),lwd=2,lty=3,col="blue")
abline(v=quantile(cond.nu2.uf,0.975),lwd=2,lty=3,col="blue")
abline(v=0,lwd=2,col="red")

hist(cond.rho.uf,freq=F,bty="n",ylab="densidade",xlab=expression(rho),main="",
cex.lab=1.8,cex.axis=1.6)
abline(v=mean(cond.rho.uf),lwd=2,col="blue")
abline(v=quantile(cond.rho.uf,0.025),lwd=2,lty=3,col="blue")
abline(v=quantile(cond.rho.uf,0.975),lwd=2,lty=3,col="blue")
abline(v=0,lwd=2,col="red")

hist(cond.tau2.uf,freq=F,bty="n",ylab="densidade",xlab=expression(tau^2),main="",
cex.lab=1.8,cex.axis=1.6)
abline(v=mean(cond.tau2.uf),lwd=2,col="blue")
abline(v=quantile(cond.tau2.uf,0.025),lwd=2,lty=3,col="blue")
abline(v=quantile(cond.tau2.uf,0.975),lwd=2,lty=3,col="blue")
abline(v=0,lwd=2,col="red")

# Traços dos efeitos espaciais do modelo espacial escolhido

seqs = sort(sample(1:n, 16))

par(mar=c(4,6,4,2),mfrow=c(4,4))
for(k in 1:length(seqs))
{
  traceplot(cond.phi.uf[,seqs[k]],xlab="iterações",ylab=phi.names[seqs[k]],
cex.lab=1.8,cex.axis=1.6)

```

```

    abline(h=0,lty=1,lwd=2,col="red")
  }

# Correlações dos efeitos espaciais do modelo espacial escolhido
par(mar=c(2,6,4,2),mfrow=c(4,4))

for(k in 1:length(seqs))
{
  acf(cond.phi.uf[,seqs[k]],bty="n",ylab=phi.names[seqs[k]],main="",
      xlab="defasagem",cex.lab=1.8,cex.axis=1.6)
}

# Histogramas dos efeitos espaciais a posteriori do modelo escolhido

par(mar=c(2,6,4,2),mfrow=c(4,4))
for(k in 1:length(seqs))
{
  hist(cond.phi.uf[,k],freq=F,bty="n",ylab="densidade",xlab=phi.names[seqs[k]],
      main="",cex.lab=1.8,cex.axis=1.6)
  abline(v=mean(cond.phi.uf[,k]),lwd=2,col="blue")
  abline(v=quantile(cond.phi.uf[,k],0.025),lwd=2,lty=3,col="blue")
  abline(v=quantile(cond.phi.uf[,k],0.975),lwd=2,lty=3,col="blue")
  abline(v=0,lwd=2,col="red")
}

# Gráfico das médias \textit{a posteriori} e intervalos de credibilidade dos
# efeitos espaciais

par(mar=c(4,6,4,4),mfrow=c(1,1))
media.phi = NULL
q.phi      = matrix(NA,n,3)
for(i in 1:n){
  media.phi[i] = mean(cond.phi.uf[,i])
  q.phi[i,]    = quantile(cond.phi.uf[,i],c(0.025,0.5,0.975))
}

```

```

}
plot(media.phi, ylim=c(min(q.phi),max(q.phi)),lwd=2,bty="n",axes=F,xlab="",
ylab=expression(phi),cex.lab=1.8,cex.axis=1.6)
axis(2,cex.lab=1.4,cex.axis=1.4)
axis(1,at=1:n, label=1:n, cex.lab=1.4,cex.axis=1.4,las=2)
for(j in 1:n){
  segments(x0=j,x1=j,y0=q.phi[j,1],y1=q.phi[j,3],lwd=2)
}
abline(h=0, lwd=2, col="red")

# Histograma e qqplot dos resíduos versus valores ajustados do modelo espacial
# escolhido

par(mar=c(6,5,6,2),mfrow=c(1,2))
hist(modelo.uf$residuals$response,freq=F,cex.lab=1.8,cex.axis=1.6,ylab="densidade",
xlab="resíduos",main="")
qqnorm(modelo.uf$residuals$response,cex.lab=1.4,cex.axis=1.4,
ylab="quantis amostrais", xlab="quantis teóricos",main="",lwd=2,bty="n")
qqline(modelo.uf$residuals$response,col="red",lwd=2)

# Estimativas pontuais e intervalares dos parâmetros do modelo independente e do
# modelo espacial escolhido

medias = NULL
q1s    = NULL
q3s    = NULL
nomes  = NULL

c      = 0
for(k in 1:p)
{
  c          = c + 1
  medias[c] = mean(cond.beta.ml2[seq.post,k])
  q1s[c]    = quantile(cond.beta.ml2[,k],0.025)
}

```

```

q3s[c]          = quantile(cond.beta.ml2[,k],0.975)

c               = c + 1
medias[c]      = mean(cond.beta.uf[,k])
q1s[c]        = quantile(cond.beta.uf[,k],0.025)
q3s[c]        = quantile(cond.beta.uf[,k],0.975)
nomes          = c(nomes, beta.names[k], beta.names[k])
}

medias      = c(medias, mean(cond.nu2.ml2), mean(cond.nu2.uf), NA,
mean(cond.tau2.uf), NA, mean(cond.rho.uf))
q1s        = c(q1s, quantile(cond.nu2.ml2,0.025), quantile(cond.nu2.uf,0.025), NA,
quantile(cond.tau2.uf,0.025), NA, quantile(cond.rho.uf,0.025))
q3s        = c(q3s, quantile(cond.nu2.ml2,0.975), quantile(cond.nu2.uf,0.975), NA,
quantile(cond.tau2.uf,0.975), NA,quantile(cond.rho.uf,0.975))
ymin       = min(q1s, na.rm = T)
ymax       = max(q3s, na.rm = T)
nomes      =c(nomes, expression(nu^2), expression(nu^2), NA,

expression(tau^2), NA, expression(rho) )

# Comparando \beta_1 e \beta_2
par(mar=c(4,4,4,13),mfrow=c(1,1))
ymin      = min(q1s[1:(2*p)], na.rm = T)
ymax      = max(q3s[1:(2*p)], na.rm = T)
plot(medias[1:(2*p)], ylim=c(ymin,ymax),cex.lab=1.4,cex.axis=1.4,lwd=2,bty="n",
axes=F,xlab="",ylab="",col=c("black","blue","black","blue"),pch=16)
axis(2,cex.lab=1.6,cex.axis=1.6)
axis(1,at=1:length(medias[1:(2*p)]), label=nomes[1:(2*p)], cex.lab=1.4,
cex.axis=1.4,las=2)
cor="black"
for(j in 1:length(q1s[1:(2*p)])){
  segments(x0=j,x1=j,y0=q1s[j],y1=q3s[j],lwd=2,col=cor)
  if(cor=="black"){cor="blue"}else{cor="black"}
}

```

```

}
abline(h=0, lwd=2, col="red")
op <- par(cex = 1.6)
legend(x = "topright",
       inset = c(-0.7, 0),
       legend = c("Mod. Ind.", "Mod. Esp."),
       lty = c(1, 1),
       text.font=c(40,40),
       col = c("black", "blue"),
       lwd = 1,
       xpd = TRUE,
       bty="o")

# Comparando  $\nu^2$ ,  $\tau^2$  e  $\rho$ 
par(mar=c(4,4,4,4),mfrow=c(1,1))
ymin      = min(q1s[(2*p+1):length(q1s)], na.rm = T)
ymax      = max(q3s[(2*p+1):length(q1s)], na.rm = T)
plot(medias[(2*p+1):length(q1s)], ylim=c(ymin,ymax),cex.lab=1.4,
     cex.axis=1.4,lwd=2,bty="n",axes=F,xlab="",ylab="",col=c("black",
"blue", "black","blue","black","blue"),pch=16)
axis(2,cex.lab=1.4,cex.axis=1.4)
axis(1,at=1:length(medias[(2*p+1):length(q1s)]), label=nomes[(2*p+1):length(q1s)],
     cex.axis=1.4,las=2)
cor="black"
for(j in (2*p+1):length(q1s)){
  u = j - (2*p)
  segments(x0=u,x1=u,y0=q1s[j],y1=q3s[j],lwd=2,col=cor)
  if(cor=="black"){cor="blue"}else{cor="black"}
}
abline(h=0, lwd=2, col="red")

```