



## O CONCEITO DE FUNÇÃO EM LIVROS DIDÁTICOS PARA A ESCOLA BRASILEIRA

Bruno Alves Dassie

Universidade Federal Fluminense, Faculdade de Educação, Brasil  
badassie@gmail.com

João Bosco Pitombeira Fernandes de Carvalho

Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática, Brasil  
jbpfcarvalho@gmail.com

Regina de Cassia Manso de Almeida

Universidade Federal Fluminense, Brasil  
regimans@gmail.com

Wanderley Moura Rezende

Universidade Federal Fluminense, Instituto de Matemática, Brasil  
wmrezende@superig.com.br

### RESUMO

Este artigo examina como o conceito de função, básico da Matemática, é abordado em livros didáticos brasileiros para o ensino secundário, escritos antes de 1930. Hoje, enfatiza-se que este conceito deve ser estudado gráfica, numérica e algebricamente, a fim de permitir que o aluno compreenda e saiba usar a ideia de que funções exprimem variação. Como os livros didáticos atuais apresentam uma visão de função essencialmente estática, decidimos examinar textos mais antigos para verificar se o ponto de vista adotado hoje sempre esteve presente e para tentar ver a diferença entre os textos antigos e os atuais.

**Palavras-chave: função, livro didático, ensino de Matemática.**

### ABSTRACT

This work studies how the function concept, basic in mathematics, is approached in Brazilian mathematics textbooks for secondary school students, written up to 1930. Today, it is stressed that this concept should be studied graphically, numerically and algebraically, so that the student be able to understand and use the idea that functions express variation. Since modern textbooks present an essentially static view of functions, we looked at older texts to see whether the present point of view was always present and to try to see the differences between the older texts and the present ones.

**Keyword: function, textbooks, teaching of Mathematics.**

## 1 Introdução

O objetivo deste artigo é apresentar alguns resultados iniciais de uma pesquisa sobre o conceito de *função* no ensino da Matemática no Brasil. Este trabalho vem sendo desenvolvido pelos autores deste texto, em um grupo de pesquisa denominado *História na Educação Matemática*, criado na Universidade Federal Fluminense, que objetiva investigar como alguns conceitos de Matemática se constituíram, se transformaram e se instituíram no contexto acadêmico e escolar<sup>1</sup>. Em particular este trabalho se insere no projeto de pesquisa denominado *Olhares sob o livro didático de matemática: sua importância na constituição da história do ensino de Matemática no Brasil*.

A motivação inicial para a escolha deste tema advém de problemáticas detectadas na formação de professores quando consideradas questões na abordagem do conceito de função, em especial devido à ênfase excessiva no caráter estático. Rezende (2006) e Rezende & Thees (2010) revelam a predominância da abordagem estática tanto na apresentação do tema em alguns dos principais livros didáticos nacionais de Matemática do ensino básico, quanto na atitude de professores de Matemática frente à resolução de problemas que exigem conhecer o comportamento variacional das funções polinomiais.

Dessa forma, surge no grupo a seguinte questão: como o conceito de função vem sendo apresentado na Matemática escolar? Em especial, em algum momento no desenvolvimento histórico da disciplina este conceito foi apresentado a partir de uma abordagem dinâmica, contraposta ao caráter estático que predomina atualmente?

A partir de alguns trabalhos já realizados, iniciamos a pesquisa em busca de um marco para a introdução do conceito de função na Matemática escolar. Algumas pesquisas como as de Rocha (2001), Dassie (2001) e Carvalho et al (2000), indicam que esse marco teria se dado na década de 1930, com as propostas de Euclides Roxo. No entanto, no momento inicial da pesquisa alguns fragmentos anteriores à década de 1930 nos chamam a atenção, como por exemplo, a reforma Benjamin Constant, de 1890, a qual introduziu um item denominado *função* nos programas; alguns livros didáticos, constituídos ainda sob a denominação *álgebra*, anteriores, portanto, às reformas do ensino de Matemática da década de 1930, que introduziram os *livros de Matemática* na escola brasileira, apresentam problemas de máximo e mínimo, que *a priori* estão associados ao conceito de função. Dessa forma, optamos nessa primeira etapa, por investigar o período que precede a década de 1930. Esta investigação está sendo realizada a partir de livros didáticos, pois, como considera Schubring (2005), estes determinariam muito mais a realidade do ensino do que os programas.

Vale salientar que algumas das obras estudadas, como as Ottoni, de 1883, e a de Alfredo Cândido de Moraes Rego e de Antônio Cândido de Moraes Rego, de 1885, já apresentavam o conceito de função, esta última em um contexto fortemente positivista. Uma pergunta interessante é a seguinte: nos programas oficiais do colégio Pedro II, o conceito de função só é encontrado a partir da reforma instituída por Benjamin Constant, de 1890, então como se

---

<sup>1</sup> <http://dgp.cnpq.br/buscaoperacional/detalhegrupo.jsp?grupo=0005708V4GQX7I>

explica que em livros anteriores, inclusive alguns deles adotados no Colégio Pedro II, já se encontra o conceito de função?

## 2 Textos pesquisados e metodologia de trabalho

Antes de tratar das particularidades de cada um dos textos, vamos brevemente apresentar os critérios de escolha dos livros e a metodologia de trabalho utilizada na pesquisa.

Quanto à escolha, os livros selecionados para este artigo foram<sup>2</sup>:

1. *Elementos de álgebra* de Ottoni e Marques;
2. *Curso elementar de matemática II - Álgebra* de Araújo Reis;
3. *Álgebra elementar* de Marcondes Pereira;
4. *Elementos de álgebra* de Borges e Cardim;
5. *Elementos de álgebra* de Perez y Marin

Além de fazerem parte dos acervos pessoais dos autores, os mesmos apresentam uma diversidade de características, inclusive no que diz respeito ao recorte temporal feito, que justificam a amostra. O livro de Ottoni e Marques (1893) foi indicado no Colégio Pedro II entre os anos de 1856 e 1870. O livro de Marcondes Pereira (1905) interessa pelo fato de ter sido publicado, e usado, em Fortaleza, Ceará, uma região distante dos dois grandes centros editores de obras didáticas – Rio de Janeiro e São Paulo. O livro de Borges e Cardim (1914) foi adotado em São Paulo, em escolas normais secundárias, e como indicado no prefácio seguiu princípios modernos da Pedagogia. Araújo Reis também foi autor indicado nos programas do Colégio Pedro II no final do século XIX, para a disciplina de aritmética. Sabe-se, pelo levantamento dos programas do Colégio Pedro II feito por Beltrami (2000), que o livro de álgebra deste autor nunca foi adotado no Pedro II. Mas, a obra é composta sob a denominação *curso de* e um modo de entender a constituição da Matemática escolar por intermédio dos livros didáticos é considerar o fato de que, até 1930, os conteúdos se compartimentavam nos tradicionais *tratados* ou *elementos* de aritmética, de geometria e de álgebra, antes de ser institucionalizado, como hoje, o *livro de Matemática* incorporando as três áreas de estudo. Assim, a denominação *livro de Matemática* tanto indica uma nova disciplina curricular quanto um modo de tratar os conteúdos de ensino<sup>3</sup>. Por fim, o livro de Perez y Marin (1928) além de ter sido *aprovado* pelo Estado de São Paulo e por um conselho do Estado de Minas Gerais, provavelmente foi adotado pelo antigo Gymnasio do Estado de Campinas, devido à origem profissional do autor.

Quanto à metodologia de trabalho, em primeiro lugar, construímos um roteiro de leitura. Este roteiro teve por objetivo fornecer um mapeamento de que podem estar associadas ao conceito de função, quando consideradas gráfica, numérica e algebricamente. Assim, o roteiro buscou nos livros as concepções de álgebra e as definições de expressão algébrica, monômios, polinômios, equação algébrica, incógnita, variável e função. Em particular, buscamos também mapear as partes do livro em que o conceito de função é apresentado e

---

<sup>2</sup> Outros livros estão sendo analisados na pesquisa que está em andamento.

<sup>3</sup> Ver Manso Almeida (2008).

como se opera a partir desse conceito. Para este artigo priorizamos uma apresentação dessas observações.

## 2.1 Elementos de álgebra de Ottoni e Marques

A obra Elementos de álgebra de C. B. Ottoni foi adotada durante muitos anos no ensino secundário e no ensino superior, em particular no Colégio Pedro II, e teve muitas edições. A oitava, de 1893, que usamos neste trabalho foi “aumentada com muitas notas intercaladas no texto” por G. S. M., o pseudônimo de João dos Santos Marques, que traduziu para o português, em 1883, o livro *Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité*, de Condorcet. A folha de rosto explicita que “esta edição contém toda a matéria do programa da Escola Politécnica”.

Em verdade, esta oitava edição deveria ser considerada obra dos dois autores, C. B. Ottoni e João dos Santos Marques, visto que as notas inseridas por este último são numerosas. Distinguem-se do texto original de Ottoni pelo tamanho da fonte usada. Neste trabalho, adotamos este ponto de vista.

Segundo os autores, a “álgebra é a parte das Matemáticas em que se empregam sinais próprios para abreviar e generalizar os raciocínios que exige a solução das questões relativas aos números”. (OTTONI e MARQUES, 1893, p. 1). Estes “sinais” são em número de 10: 6 deles representam as operações numéricas e 4 as relações entre números (<, >, =, ≠<sup>4</sup>).<sup>5</sup> Como dizem os autores,

Operando-se sobre números, representados por sinais genéricos, sente-se melhor que uma propriedade pertença a todos os números, ou que o modo de resolver um problema seja independente dos números particulares compreendidos no enunciado. (idem)

O emprego desses sinais “auxilia a descoberta das propriedades dos números [...]”. Referindo-se às demonstrações feitas algebricamente de algumas propriedades das frações, ele continua: “Estes princípios gerais não ficariam logicamente estabelecidos se nos limitássemos a verificar as propriedades enunciadas sobre frações particulares representadas por algarismos”. (OTTONI e MARQUES, 1893, p.2).

O exposto acima deixa claro que, para os autores, nesta obra, a álgebra é uma aritmética generalizada, na qual os números são representados por letras.

Já na página 21 encontramos uma aplicação da álgebra: “dividir uma quantidade dada em duas partes tais que seu produto seja o maior possível”. Este mesmo resultado encontra-se no livro de Borges e Cardim, de 1914, às páginas. 214-215. Observe-se que, enquanto nas considerações sobre a álgebra os autores se referem a números, agora eles se referem explicitamente a quantidades<sup>6</sup>.

---

<sup>4</sup> Em verdade, os autores representam esta relação por ><.

<sup>5</sup> Esta descrição dos “sinais” algébricos encontra-se em uma das notas acrescentadas por João dos Santos Marques. Ela difere da exposição original de Ottoni, no livro de aritmética.

<sup>6</sup> É interessante notar, ainda, que em sua introdução à álgebra (p. 40) os autores afirmam, referindo-se às frações algébricas: “A denominação de fração que se atribui a estas expressões é absolutamente imprópria; essa denominação só pode caber corretamente à expressão aritmética de uma quantidade menor do que a unidade”. Observe-se aí uma interpretação de fração distinta da noção de número racional, por exigir que as frações sejam menores do que a unidade. A referência à unidade parece mostrar que, para os autores, uma fração é formada por partes de um todo. No livro de aritmética de

A noção de função se encontra nas páginas 51-54. Inicialmente, para os autores, uma função é dada por uma relação entre quantidades, relação esta expressa por “uma ou mais operações algébricas”. Assim, para eles, uma função é uma expressão algébrica quando se estabelece uma relação entre uma quantidade  $x$ , cujo valor não é determinado, e outras quantidades conhecidas, forma-se uma expressão algébrica que se diz ser uma função de  $x$ , tomando esta letra, pelo seu caráter, o nome de quantidade variável ou, simplesmente, variável.

Esta interpretação da noção de função é em seguida reforçada: “A palavra função serve para designar a dependência que tem o valor da expressão do valor que porventura se atribua à quantidade variável, ou antes, à variável  $x$ ”. Pode-se ver aí uma tentativa de “descolar” a noção de variável da noção de quantidade. Ao discutir o que são igualdades, essa interpretação da noção de função é reforçada: “Conforme a natureza das funções que uma equação encerra, toma ela [sic] o nome de equação algébrica ou equação transcendente” (OTTONI e MARQUES, 1883, p. 56).

Ao final de sua exposição geral sobre o conceito de função, “noções gerais sobre a teoria das funções”, os autores definem o que é uma função contínua:

A função é contínua quando, atribuindo-se à variável dois valores muito próximos, pode-se obter para a função dois valores correspondentes cuja definição seja tão pequena quanto se queira, ou melhor, que essa diferença seja menor do que toda a quantidade determinada, por menor que seja. (OTTONI e MARQUES, 1893, pp. 51-54).

O estudo de uma função específica começa na página 235, no Apêndice ao Capítulo IV, *Propriedades do trinômio do segundo grau – máxima e mínima*. Inicialmente, um “trinômio do 2º grau é a expressão da forma  $mx^2+nx+p$ , na qual as quantidades  $m$ ,  $n$ ,  $p$  são consideradas constantes, enquanto que  $x$  pode tomar todos os valores de  $-\infty$  a  $\infty$ .” (OTTONI e MARQUES, 1893, p. 235). Vê-se aí um princípio de concepção dinâmica do trinômio: Os valores da expressão variam quando  $x$  varia de  $-\infty$  a  $\infty$ . Esta tentativa de apresentar o trinômio como uma função, com uma visão bem dinâmica, fica imediatamente prejudicada, pois o primeiro tópico tratado nesta parte se refere às raízes do trinômio: “Todo o valor que colocado no lugar de  $x$  no trinômio faz com que ele se anule chama-se raiz do trinômio” (idem).

Nas páginas seguintes o trinômio é definitivamente encarado como uma função:

Na expressão  $y=mx^2+nx+c$  o valor da função  $y$  varia continuamente quando se faz variar  $x$  de um modo contínuo”. “[...] vejamos que variações apresentará [...] quando varia  $x$ ”. “[...] Então, enquanto  $m$  for uma quantidade positiva,  $y$  variará decrescendo [...] e crescendo [...]” (REIS e MARQUES, 1883, pp. 237-240).

Por outro lado, não se encontra nenhuma representação gráfica de um trinômio, nem nestas páginas, nem no restante do livro.

A partir da página 241, principia o estudo dos máximos e mínimos de funções, no qual elas continuam sendo tratadas como expressões algébricas. Após uma introdução, na página 241, na qual se fala em função, todos os exemplos dados lidam somente com as expressões algébricas correspondentes, sem mencionar que se está trabalhando com funções. As funções

---

Otoni (1879), frações são grandezas, associadas a uma unidade, estritamente menores do que a unidade. Número fracionário é um certo número de unidades e uma fração.

só voltam a ser tratadas como tal a partir da página 349, quando se começa a estudar a teoria elementar das derivadas.

Deve-se mencionar que, nas páginas 247-253, são estudados máximos e mínimos de funções racionais, que são apresentadas ora como expressões, ora como funções. O estudo de todos os casos recai na variação do trinômio do 2º grau.

## 2.2 *Curso elementar de Matemática II – Álgebra de Araújo Reis*

A obra de Araújo Reis, *Curso elementar de Matemática II* é dividida em dois volumes<sup>7</sup>.

Reis, autor representante do positivismo em matemática no Brasil, citando Comte, destaca como função da álgebra instituir a união entre a aritmética e a geometria (REIS, 1902, p. III, v.1 epígrafe; idem v. 2). Faz uso também da denominação *formação* em preferência à *função*. Segundo ele, “Formação é – a expressão algébrica da dependência de uma quantidade qualquer (**y**, por exemplo) de outra (**x**, por exemplo), de modo que, a cada valor ARBITRARIAMENTE dado a esta (**x**), corresponda UM ÚNICO E DETERMINADO da outra (**y**)” (REIS, s/d, p. 2, v. 2, grifos do autor), cuja notação é  $y = f(x)$ . Esta definição consta do Capítulo I, denominado *Noções Elementares*, do segundo volume, e consta também do Capítulo II, *Emprego dos elementos*, do primeiro volume (REIS, 1902, p. 17).

No entanto, o que caracteriza a abordagem de Reis é a resolução de equações algébricas, sem explorar a dependência funcional entre variáveis, nem a representação gráfica. Para os problemas de máximo e mínimo, por exemplo, o autor esquematiza artifícios de cálculo, admitindo que a expressão algébrica indica o valor da variável em relação aos dados e às incógnitas do problema cujo enunciado seja traduzido em equações. Por exemplo, na divisão de uma dada quantidade em partes, cujo produto seja máximo, o autor afirma que sendo possível a partilha é preciso que as partes sejam iguais. Daí segue-se o trabalho com equações algébricas: designar as partes por  $x, y, z, \dots$  e por  $q$  a quantidade a partilhar, obtendo  $x + y + z + \dots = q$ ; depois substituir pelas semi-somas, e assim por diante (REIS, s/d, v. 2, p. 31-32).

Reis explica, no primeiro volume, Capítulo II, *Ideias gerais*, também baseado em Comte, o uso do termo *formações diretas*. Temos que a denominação equação indica a “relação de igualdade entre duas formações abstratas de grandezas consideradas” (REIS, 1902, v. 1, p. 24). Formação abstrata “exprime um modo de dependência entre grandezas que apenas pode ser concebido entre números e sem aplicação a fenômeno algum” (idem, p. 23). Mas “a álgebra compreende apenas o estudo das equações que exprimem relação de igualdade entre duas formações diretas” (idem), ou seja, formações que se referem às grandezas diretamente compreendidas no problema estudado. Daí, a álgebra enquanto cálculo das formações diretas.

## 2.3 *Álgebra elementar de Marcondes Pereira*

O livro principia com vários depoimentos elogiosos à obra e ao autor. A definição de álgebra encontra-se à página 4: “álgebra é o cálculo das formações diretas”, ou seja, o autor adota a

---

<sup>7</sup> O *Curso elementar de Matemática I*, de Araújo Reis, é um livro de Aritmética.

definição de Augusto Comte. Uma expressão algébrica é “a representação das grandezas pela linguagem algébrica”.

A definição de *formação* encontra-se na página 9:

16 – Formação ou função é a relação de dependência entre duas ou mais quantidades abstratas das grandezas consideradas<sup>8</sup>. Assim, quando uma quantidade depende de outra, se diz que ela é formação ou função dessa outra; seja, como exemplo:

$$y=a+x$$

Supondo que a seja uma quantidade constante e que x seja uma quantidade variável, é claro que y é, então, função de x, porquanto seu valor depende do valor de x. À função y, cujos valores dependem dos valores de x, denominamos variável dependente, porque embora variável essa variação depende de outra; ao passo que a x denomina-se variável independente e a - constante ou base da função. (PEREIRA, 1905, p. 9).

Em seguida, o autor apresenta a classificação das funções, segundo Augusto Comte.

A noção de função só volta a ser abordada no segundo livro, a partir da página 74 no Capítulo IV, dedicado ao trinômio do 2º grau, e que se prolonga até a página 92. A definição inicial é: “Trinômio do 2º grau é uma expressão algébrica composta de três termos, encerrado uma quantidade variável, cuja maior potência é o quadrado.” Em seguida, na página seguinte, encontramos uma referência explícita à noção de função:

Valor do trinômio é o valor que ele toma quando se atribuem valores particulares à sua variável, supondo constantes os coeficientes [...]. Representando por y o valor do trinômio temos  $y=ax^2+bx+c$ .

A variação de y depende da natureza das raízes e ela é uma função contínua de sua variável independente. (PEREIRA, 1905, p. 75).

A partir da página 82, são estudados máximos e mínimos de funções, para que isso seja imediatamente aplicado ao trinômio do 2º grau. Podemos ler:

MÁXIMO E MÍNIMO. Quando o valor que toma a variável independente de uma função cresce continuamente e passa por todos os estados de grandeza, os valores que correspondem à função podem ser de três espécies:

[...] Esse limite, a partir do qual a função decresce

[...] Esse limite, a partir do qual a função cresce

[...] 3º A formação pode ser sempre crescente ou sempre decrescente [...]

Observemos que o valor máximo ou mínimo de uma função [...] (PEREIRA, 1905, p. 82)

Estes comentários são acompanhados de um gráfico de uma função, mostrando seus pontos de mínimo e máximo relativos. Em seguida, o autor estuda a variação do trinômio do 2º grau. Nisso, ele usa sistematicamente o termo *função*.

## 2.4 Elementos de álgebra de Borges e Cardim

A obra *Elementos de Álgebra*, dos professores João Borges e Gomes Cardim, da Escola Complementar à Normal da Capital de São Paulo, foi adotada na Escola Normal Secundária de São Paulo, nas Escolas Normais Primárias, na Escola de Comércio “Alvarez Penteado” e em diversos ginásios e colégios particulares. A imprensa da época, bem como o professor Dr. J. J. Azevedo de Soares – que escreve o prefácio do livro –, destacam o estilo “moderno” da obra,

---

<sup>8</sup> Nota da página 9: Antigamente denominava-se *função*, porém A. Comte propôs denominar *formação*, isto aquela denominação não dar completa idéia do fato; no entanto é comum ainda denominar-se função, por ser a expressão mais abreviada.

observando que os autores consideram de forma cuidadosa as orientações pedagógicas modernas executadas nos Estados Unidos, na Alemanha e na Inglaterra, onde o estudo desta disciplina não era tão desenvolvido na parte teórica como na prática; onde já era uma realidade o “alliviar e simplificar os programas, reduzindo o ensino teórico e alargando os conhecimentos práticos de utilidade geral” (p. vii)<sup>9</sup>.

Segundo os autores, “Álgebra é a parte da Matemática que, de um modo geral e expedito, dá as soluções que exigem as questões numéricas” (BORGES e CARDIM, 1914, p.11). A álgebra é, desse modo, concebida como uma espécie de aritmética estendida, sendo a resolução de equações seu principal objeto de estudo. Ainda segundo os autores

As soluções são gerais, porque as letras, que são os seus algarismos, têm valores arbitrários; as soluções são expeditas, porque a Álgebra nos dando sempre, como resultado final dos seus cálculos, uma fórmula cujas operações indicadas serão efetuadas pela Aritmética, as suas soluções são rápidas (idem).

Das suas 271 páginas, os autores dedicam não mais do que duas páginas para abordar o conceito de função. Fazem isso no intuito de apresentar a *teoria das máximas e das mínimas para um trinômio do segundo grau*. O conceito de função é definido então como uma relação entre quantidades variáveis:

Variável é uma quantidade que pode passar sucessivamente por diversos estados de grandeza. Quando a variação de uma variável acarreta a variação de outra, uma é função da outra; a variável, á qual se atribuem valores arbitrários, é denominada independente e a outra é chamada dependente (BORGES e CARDIM, 1914, p.214).

Não se faz, no entanto, qualquer tipo de registro gráfico para representar o conceito de função. Apresentam os conceitos de valor máximo e de valor mínimo por meio de variações contínuas dos valores da função em uma pequena vizinhança dos pontos:

Se uma função, variando de modo contínuo, cessa de crescer para começar a decrescer, ela alcança nesse ponto a um valor máximo ou á sua máximo e si cessa de decrescer, para começar a crescer, ela atinge, então, a um valor mínimo ou á sua mínimo (idem).

O procedimento para encontrar os pontos ótimos está previsto pelo seguinte teorema: “O producto de duas quantidades variaveis, e de somma constante, é máxima e igual á semi-somma dos dois factores, quando elles são iguaes” (BORGES e CARDIM, 1914, p.214-215). Em seguida, são apresentados quatro exercícios teóricos resolvidos com o objetivo de ilustrar o “*método algébrico*” fundamentado pelo teorema. Cabe destacar que o processo de otimização se refere às expressões algébricas (polinômios do segundo grau ou frações algébricas composta por polinômios do segundo grau e/ou polinômios do primeiro grau).

Em verdade, apesar da definição em termos de quantidades variáveis, o conceito de função é identificado com a expressão algébrica correspondente. Outro exemplo claro disso é a apresentação feita da função exponencial: “A expressão  $a^x$  é denominada função exponencial e nas propriedades dessa função baseia-se a teoria algébrica dos logaritmos” (BORGES e CARDIM, 1914, p.244). A partir daí, estudam-se propriedades algébricas da “expressão  $a^x$ ” tendo por objetivo principal o estudo da “Teoria Algébrica dos Logaritmos” (Capítulo XI). Na

---

<sup>9</sup> O prefácio à primeira edição é datado em 1903.



teoria apresentada, o conceito de logaritmo é tratado como operador. Não se faz qualquer menção à função logarítmica. No final deste capítulo, o último do livro, apresenta-se o logaritmo como a operação fundamental para resolução de uma equação exponencial. Ao final do capítulo, resolvem-se e propõem-se exercícios de juros compostos.

## 2.5. Elementos de álgebra de André Perez y Marin

Os *Elementos de Álgebra* de André Perez y Marin, “contendo toda a matéria dos programas dos Gymnasios e do Collegio Pedro II”, foi editado em São Paulo, tendo sido aprovado, segundo consta na capa da obra, pelo Governo do Estado de São Paulo e pelo Conselho Superior de Instrução Pública do Estado de Minas Gerais para uso em estabelecimentos de ensino secundário. A edição utilizada, a saber, a sexta, foi produzida pelas Escolas Profissionais do Lyceu Coração de Jesus, em 1928.

Perez y Marin não apresenta uma definição para álgebra, mas sobre o objeto da álgebra, mostrando alguns elementos interessantes:

Álgebra é a ciência que tem por objeto o estudo das propriedades gerais da quantidade. A noção de quantidade em álgebra é distinta da que se adquire em aritmética, apenas pela consideração das propriedades do número. Os números são coleções de unidades; portanto, eles exprimem uma pluralidade concreta. Qualquer que seja o número e qualquer que seja a operação de que provém, sempre se considera nele uma série de unidades iguais, um valor determinado e concreto, uma relação que se refere exclusivamente às vezes que nele entra a unidade. A quantidade algébrica perde este caráter concreto: nela se faz abstração de todo o valor numérico, porque a álgebra estuda as propriedades e relações da quantidade sem considerar a unidade a que se refere (PEREZ Y MARIN, 1928, p. 9)

A lista de *preliminares* continua apresentando questões sobre notação algébrica, sinais algébricos, representação literal, fórmulas, quantidade negativas, equações.

A definição de *função* aparece no item destinado aos problemas de máximo e mínimo, no capítulo 5. Segundo o autor,

Quando duas grandezas variáveis estão ligadas de tal modo, que dos valores arbitrários atribuídos ao qualquer uma delas dependem os valores da outra, a primeira toma o nome de *variável independente* e a segunda o de *variável função*. Para abreviar chamam-se simplesmente a primeira de *variável* e a segunda *função*. Assim, a circunferência é uma função do raio, porque os valores dados ao raio resultam valores determinados para a circunferência. Inversamente, podíamos dar à circunferência valores quaisquer e deduzir desses valores os do raio. Neste caso, o raio seria uma função da circunferência. (PEREZ Y MARIN, 1928, p. 266)

Em seguida, a articulação desta definição com os problemas de máximo e mínimo se limita a descrições, a partir de um gráfico, sobre máximos e mínimos locais. Os problemas de máximo e mínimo são reduzidos posteriormente às *funções do segundo grau* e são tratados via o estudo do sinal do trinômio. Segundo o autor,

A álgebra elementar limita-se comumente às questões de máximo e mínimo que dão lugar a funções do segundo grau. Para isto representa a função por  $y$  e calcula dentro de que limites pode variar  $y$  para que a variável seja real. Esses limites permitem conhecer o máximo e o mínimo. (PEREZ Y MARIN, 1928, p. 267)

Por fim, cabe observar que antes das definições apresentadas acima, na parte sobre

*equações do primeiro grau*, o livro trata das representações gráficas da equação da forma  $ax + by = c$ . Após esta parte há outro item esta associado a ideia de função, a saber, *Gráfico da temperatura e do movimento de um trem de estrada de ferro*. (PEREZ Y MARIN, 1928, pp. 132-136).

### 3 Considerações finais

O exame inicial das cinco obras indica uma grande estabilidade na apresentação do conceito de função na Matemática escolar brasileira. Descartando questões de nomenclatura, como, por exemplo, chamar uma *função* de *formação*, dentro de um quadro ideológico de abordagem da Matemática – o positivismo – há uma aproximação básica nas apresentações: o caráter dinâmico do conceito de função é muito pouco abordado. Hoje, os tipos de funções que se encontram nos livros didáticos aumentaram consideravelmente, visto que, nos livros anteriores à década de 1930, encontrava-se, em geral, somente a função quadrática, definida algebricamente por um trinômio do 2º grau, estudada como *variação do trinômio*, e em geral sem representações gráficas.

Como já dito, pesquisas recentes (REZENDE, 2006 e REZENDE e THEES, 2010, entre outros) mostram as deficiências de uma abordagem estática do conceito de função. Foi possível verificar, graças à nossa análise, que este tipo de abordagem tem raízes bem antigas e tem resistido às reformas de programas e às mudanças de paradigma no ensino de Matemática.

Observemos também que as funções são sempre encaradas como *parte da álgebra*. Um dos autores analisados diz mesmo que a álgebra “é o cálculo das formações diretas”, ou seja, o cálculo das funções explícitas. O conceito de função é então identificado à expressão algébrica que o define. Isso remete imediatamente à conceituação de função como expressão analítica, uma visão do século XVIII. Despindo as obras analisadas das introduções mais ou menos gerais ao conceito de função, o que resta é seu estudo em um quadro puramente algébrico e estático.

Sobressai, também, a falta de aplicações do conceito de função, mesmo para o trinômio do 2º grau. Mostra-se, em pelo menos duas das obras, como dividir uma “quantidade” ou grandeza em duas partes tais que seu produto seja máximo. Mesmo neste caso, não são apresentadas situações que contextualizem este resultado (os famosos problemas de como cercar uma área retangular com uma certa quantidade de arame, para que a área compreendida seja máxima). Aliás, ao estudar a variação do trinômio do 2º grau, algumas das obras não indicam mesmo que estão estudando a variação de uma função.

Uma das poucas obras que apresenta um estudo das funções normalmente encontradas nos livros didáticos atuais mais completos – as funções afim, linear, quadrática, exponencial, logaritmo, trigonométricas diretas e inversas – é a de Ottoni, provavelmente visto ser ela destinada ao ensino secundário e ao ensino superior, conforme explicado na folha de rosto. Marcondes Pereira, em seu primeiro volume, na página 10 simplesmente apresenta as expressões analíticas dessas funções, dentro de seu quadro de classificação positivista das

várias formações. Nenhum desses dois autores aborda essas funções nos quadros gráfico ou numérico.

## Referências

BELTRAMI, Josilene. **Os programas de ensino de matemática do Colégio Pedro II: 1837-1932**. Rio de Janeiro. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2000.

BORGES, João; CARDIM, Gomes. **Elementos de Álgebra**. 5 ed. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves & Companhia, 1914.

CARVALHO, João Bosco Pitombeira Fernandes et al. Euclides Roxo e o movimento de reforma do ensino de Matemática na década de 30. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 81, n. 199, p. 415 – 424, set/dez., 2000.

DASSIE, Bruno Alves. **A Matemática do curso secundário na Reforma Gustavo Capanema**. Rio de Janeiro. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2001.

MANSO ALMEIDA, Regina de Cassia. **Demonstrações em geometria plana em livros-texto no Brasil a partir do século XIX**. Rio de Janeiro. Tese (Doutorado em Educação) – Departamento de Educação, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2008.

OTTONI, Cristiano Benedito; MARQUES, João dos Santos. **Elementos de álgebra**. 8 ed. Rio de Janeiro: Livraria Clássica de Alves & Companhia, 1893.

PEREIRA, Marcondes. **Álgebra Elementar**. 1ª parte. Fortaleza: Depositário Militão & CIA, 1905.

PEREZ Y MARIN, André. **Elementos de álgebra**. 6 ed. São Paulo: Escolas Profissionais do Lyceu Coração de Jesus, 1928.

REIS, Araújo. **Curso de mathematica II**. v.1. Rio de Janeiro: Laemmer & Companhia, 1902.

\_\_\_\_. **Curso de mathematica II**. v.2. Rio de Janeiro: Laemmer & Companhia, s/d.

REZENDE, Wanderley Moura. Um Mapeamento das Idéias Fundamentais do Cálculo no Ensino Básico. SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3, 2006, Águas de Lindóia. **Anais do III SIPEM**. [CD-ROM]. Águas de Lindóia: SBEM, 2006.

REZENDE, Wanderley Moura; THEES, Andréa. V. Um Estudo de Caso do Conhecimento do Professor de Matemática da Educação Básica sobre o Comportamento Variacional das Funções Afim e Quadrática. ENCONTRO ESTADUAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5. 2010. Rio de Janeiro. **ANAIIS do V EEMAT**. [CD-ROM], Rio de Janeiro: SBEM-RJ, 2010.

ROCHA, José Lourenço da. **A Matemática do curso secundário na Reforma Francisco Campos**. Rio de Janeiro, Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2001.

SCHUBRING, Gert. Pesquisar sobre a história da matemática: metodologia, abordagens e perspectivas. In: MOREIRA, D.; MATOS, J. M. (org). **História do ensino da matemática em Portugal**. Portugal: SPCE, 2005. pp. 5 – 20.