

**UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE  
INSTITUTO DE FÍSICA  
FÍSICA / BACHARELADO**



**INSTITUTO DE FÍSICA**  
Universidade Federal Fluminense

ALLAN RODRIGUES VIEIRA

**APLICAÇÃO DA ÓPTICA PARAXIAL À INFORMAÇÃO  
QUÂNTICA**

Niterói – RJ

09 de dezembro de 2011

**ALLAN RODRIGUES VIEIRA**

# **APLICAÇÃO DA ÓPTICA PARAXIAL À INFORMAÇÃO QUÂNTICA**

Monografia apresentada ao curso de graduação em física – bacharelado, na Universidade Federal Fluminense como trabalho de conclusão de curso.

Áreas de concentração: Óptica e Informação Quântica.

Orientador: Prof. Dr. ANTONIO ZELAUETT KHOURY

Niterói – RJ

09 de dezembro de 2011

V658 Vieira, Allan Rodrigues.  
Aplicação da óptica paraxial à informação quântica /  
Allan Rodrigues Vieira ; orientador: Antonio Zelaquett  
Khoury -- Niterói, 2011.  
32 f. : il.

Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado) -  
Universidade Federal Fluminense, Instituto de Física, 2011.  
Bibliografia: f. 32.

1. ÓPTICA QUÂNTICA. 2. INFORMAÇÃO QUÂNTICA. 3. FÓTON.  
I. Khoury, Antonio Zelaquett, Orientador. II. Universidade  
Federal Fluminense. Instituto de Física, Instituição  
responsável. III. Título.

CDD 535.15

## **Agradecimentos**

Como esta monografia é um trabalho de conclusão de curso de graduação, meus agradecimentos vão para aqueles que foram essenciais para tal.

Agradeço a minha família que mesmo morando em outra cidade representa um porto seguro. A distância e a saudade me mostram o quanto gosto deles. Muito do que sou hoje, devo a eles.

Ao meu orientador, Zelaquett, sempre preciso ao me explicar algum problema, no entanto sem deixar de apresentar uma interpretação física para aquilo. Quero ser igual a ele quando crescer!

Agradeço aqueles que se tornaram minha segunda família em Niterói, aos Tavares e Silva. Vocês me acolheram como que a um irmão, permitindo que eu participasse de suas vidas.

Aos amigos de faculdade, que estavam sempre ali, uns ajudando os outros. Samir Costa, Rogério C. Hart, Antônio Duarte, Leonardo S. Silveira, Rosembergue Brasileiro, Pedro Rangel e a Laís Lessa.

A Malena, ao Cadu, e a Carol, companheiros de trabalho, sempre dispostos a me explicar algo.

Aos amigos do NEU-UFF e ao NEU-UFF.

## **Resumo**

Nós empregamos modos transversos eletromagnéticos como um recurso adicional para a implementação de protocolos de informação quântica. Dois tipos de bases de modos transversos são utilizadas: modos Hermite-Gaussianos (*HG*) e Laguerre-Gaussianos (*LG*). Ambos são soluções da equação de onda paraxial. Este grau de liberdade é combinado aos modos de polarização do LASER para a codificação de dois qubits, um em cada grau de liberdade. É bem conhecido que dois vetores de polarização ortogonais entre si formam uma base de dois níveis para os modos de polarização, enquanto os modos *HG* de primeira ordem formam uma base completa para subespaço dos modos transversos de primeira ordem. Dois interferômetros do tipo Sagnac são utilizados na preparação e na medida de diferentes estados dos graus de liberdade combinados.

## **Abstract**

We employ Transverse Electromagnetic Modes as an additional resource for quantum information protocols. Two kinds of mode basis are used: Hermite-Gaussian (*HG*) and Laguerre-Gaussian (*LG*). Both are solutions of the paraxial wave equation. This degree of freedom is combined with polarization modes to encode two photonic qubits. It is well known that two vectors with orthogonal polarizations form a two-level basis for the polarization vectors and first order *HG* modes form a complete basis for the first order TEM subspace. Two Sagnac interferometers are used to prepare and measure different states in the combined degrees of freedom.

## Sumário

<b>Capítulo 1. Introdução</b> .....	p. 07
1.1 Óptica paraxial .....	p. 07
1.2 Modo fundamental.....	p. 09
1.3 Modos HG .....	p. 10
1.4 Modos LG .....	p. 12
1.5 Fótons e qubits .....	p. 13
<b>Capítulo 2. Métodos experimentais</b> .....	p. 15
2.1 Preparação dos modos HG e LG .....	p. 15
2.2 Componentes ópticos (BS, $\lambda/2$ , PBS, prisma de Dove) .....	p. 16
<b>Capítulo 3. Emaranhamento spin-órbita</b> .....	p. 19
3.1 Modos separáveis e não-separáveis .....	p. 19
3.2 Preparação dos modos não-separáveis .....	p. 19
3.2.1 Interferômetro Mach-Zehnder de preparação .....	p. 20
3.2.2 Interferômetro Sagnac de preparação .....	p. 20
<b>Capítulo 4. Decomposição dos modos spin-órbita</b> .....	p. 23
4.1 Interferômetros de medida .....	p. 23
4.2 Interferômetro Sagnac de medida .....	p. 24
4.3 Desigualdade de Bell .....	p. 27
4.4 Medida da desigualdade de Bell .....	p. 28
<b>Capítulo 5. Conclusões e perspectivas</b> .....	p. 29
<b>Apêndice</b> .....	p. 30
<b>Bibliografia</b> .....	p. 32

## 1 Introdução

Este texto pretende estudar um feixe laser como instrumento para a Informação Quântica. A ideia básica é utilizar interferômetros que manipulem os graus de liberdade de um feixe, de maneira simples e controlada. Esta tarefa nos leva a pensar nas variáveis que podemos manipular num feixe laser.

Feixes do tipo LASER (light amplification by stimulated emission of radiation) são produzidos em cavidades ópticas, onde a “luz” - onda eletromagnética – sofre múltiplas reflexões em seu interior. Através da interferência construtiva, são geradas ondas estacionárias com uma frequência muito específica no interior da cavidade, frequência esta associada à geometria da cavidade. A emissão destas ondas ressonantes dentro da cavidade cria o que conhecemos como feixe laser. As vantagens da utilização de lasers está tanto na sua coerência espacial quanto na coerência temporal, além de ser um feixe colimado, ou seja, diverge pouco da direção de propagação.

### 1.1 Óptica paraxial

A descrição de feixes produzidos por cavidades, é feita pela óptica paraxial, regime onde aproximações devido à pouca divergência do feixe são levadas em conta. A partir das equações de Maxwell pode-se chegar à equação paraxial,

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + 2ik \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0, \quad (1.1)$$

onde  $\vec{E} = (E_x, 0, 0)$ , tal que  $E_x = \psi(x, y, z) \exp[i(kz - \omega t)]$ , por exemplo.

No entanto, faremos aqui um tratamento, como em [1], que evidência a importância da aproximação paraxial.

Partimos, então, das equações de Maxwell para um meio linear, sem cargas e correntes livres:

$$\begin{aligned}
\vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= 0 \\
\vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\
\vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\
\vec{\nabla} \times \vec{B} &= \mu\epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}
\end{aligned} \tag{1.2}$$

onde  $\vec{E}$  é o campo elétrico e  $\vec{B}$  o campo magnético.

Tomando o rotacional da Lei de Faraday-Lenz teremos:

$$\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \tag{1.3}$$

Para um feixe monocromático que se propague na direção z, separaremos o campo elétrico e o operador nabla em componentes transversal e longitudinal à propagação, da seguinte forma:

$$\vec{E} = [\vec{\psi}_{\perp}(\vec{r}) + \hat{z}\psi_z(\vec{r})]\exp(i(kz - \omega t)) \tag{1.4}$$

$$\vec{\nabla} = \vec{\nabla}_{\perp} + \hat{z}\frac{\partial}{\partial z} \tag{1.5}$$

onde

$$\vec{\nabla}_{\perp} = \hat{x}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{y}\frac{\partial}{\partial y}. \tag{1.6}$$

Utilizando as coordenadas transversal e longitudinal para reescrever (1.3), teremos duas equações, uma para cada coordenada:

$$\vec{\nabla}_{\perp} \left[ \vec{\nabla}_{\perp} \cdot \vec{\psi}_{\perp} + \frac{\partial \psi_z}{\partial z} + ik\psi_z \right] - \nabla_{\perp}^2 \vec{\psi}_{\perp} - \frac{\partial^2 \vec{\psi}_{\perp}}{\partial z^2} - 2ik \frac{\partial \vec{\psi}_{\perp}}{\partial z} = 0 \tag{1.7}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (\vec{\nabla}_{\perp} \cdot \vec{\psi}_{\perp}) + ik \vec{\nabla}_{\perp} \cdot \vec{\psi}_{\perp} - \nabla_{\perp}^2 \psi_z - k^2 \psi_z = 0 \tag{1.8}$$

Neste ponto, precisamos reescalonar estas equações levando-se em conta dois fatores característicos do feixe. São eles: a cintura do feixe,  $w_0$ , e a distância de Rayleigh,  $z_R = kw_0^2/2$ , que é o comprimento que o feixe deve se propagar para que seu diâmetro aumente de um fator de  $\sqrt{2}$ .

$$x = w_0 \xi, \quad y = w_0 \eta \quad \text{e} \quad z = z_R \zeta \tag{1.9}$$



Realizando esta transformação e multiplicando (1.7) por  $w_0^3/z_R$  e (1.8) por  $w_0^4/z_R^2$ , teremos duas novas equações nas coordenadas  $(\xi, \eta, \zeta)$ :

$$\vec{\nabla}_\tau \left[ h \vec{\nabla}_\tau \cdot \vec{\psi}_\tau + h^2 \frac{\partial \psi_\zeta}{\partial \zeta} + 2i \psi_\zeta \right] - h \nabla_\tau^2 \vec{\psi}_\tau - h^3 \frac{\partial^2 \vec{\psi}_\tau}{\partial \zeta^2} - 4ih \frac{\partial \vec{\psi}_\tau}{\partial \zeta} = 0 \quad (1.10)$$

$$h^3 \frac{\partial}{\partial \zeta} (\vec{\nabla}_\tau \cdot \vec{\psi}_\tau) + 2ih \vec{\nabla}_\tau \cdot \vec{\psi}_\tau - h^2 \nabla_\tau^2 \vec{\psi}_\zeta - 4\psi_\zeta = 0 \quad (1.11)$$

onde  $h = w_0/z_R$  e

$$\vec{\nabla}_\tau \equiv \hat{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} + \hat{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta}$$

Para um feixe bem colimado, devemos ter

$$w_0 \ll z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda \ll w_0 \quad (1.12)$$

Neste formato, percebemos que  $h$  é um parâmetro de expansão:

$$\vec{\psi}_\tau = h \vec{\psi}_\tau^{(1)} + h^3 \vec{\psi}_\tau^{(3)} + h^5 \vec{\psi}_\tau^{(5)} + \dots \quad (1.13)$$

$$\psi_\zeta = \psi_\zeta^{(0)} + h^2 \psi_\zeta^{(2)} + h^4 \psi_\zeta^{(4)} + \dots \quad (1.14)$$

Reunindo os termos de primeira ordem em  $h$ , obtemos:

$$\nabla_\tau^2 \vec{\psi}_\tau^{(0)} + 4i \frac{\partial \vec{\psi}_\tau^{(0)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (1.15)$$

$$\psi_\zeta^{(1)} = \frac{i}{2} \vec{\nabla}_\tau \cdot \vec{\psi}_\tau^{(0)} \quad (1.16)$$

Analisando a equação (1.15), vemos que ela é a bem conhecida equação paraxial, enquanto a equação (1.16) fornece uma correção de 1ª ordem em  $h$ . O tratamento de suas soluções será feito de maneira análoga aos livros-textos.

## 1.2 Modo fundamental

Como solução da equação paraxial, construiremos o seguinte “ansatz”:

$$\vec{E} = (E_x, 0, 0),$$

$$E_x = \psi(\vec{r}) \exp(i(zk - \omega t)) \text{ e}$$

$$\psi(\vec{r}) = A \exp \left\{ i \left[ \frac{kr^2}{2q(z)} + P(z) \right] \right\}. \quad (1.17)$$

Substituindo (1.17) na equação paraxial, teremos condições a serem impostas sobre  $q(z)$  e  $P(z)$ , tais que:

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} + i \frac{2}{kw^2(z)} \quad \text{e} \quad P(z) = i \ln \left[ 1 + \left( \frac{z}{z_R} \right)^2 \right] - \arctan \left( \frac{z}{z_R} \right) \quad (1.18)$$

onde  $w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left( \frac{z}{z_R} \right)^2}$  e  $R(z) = z \left[ 1 + \left( \frac{z_R}{z} \right)^2 \right]$  são respectivamente o raio do feixe e o raio de curvatura da frente de onda. Os parâmetros  $w_0$  e  $z_R = kw_0^2 / 2$  são mostrados na Figura 1.1.

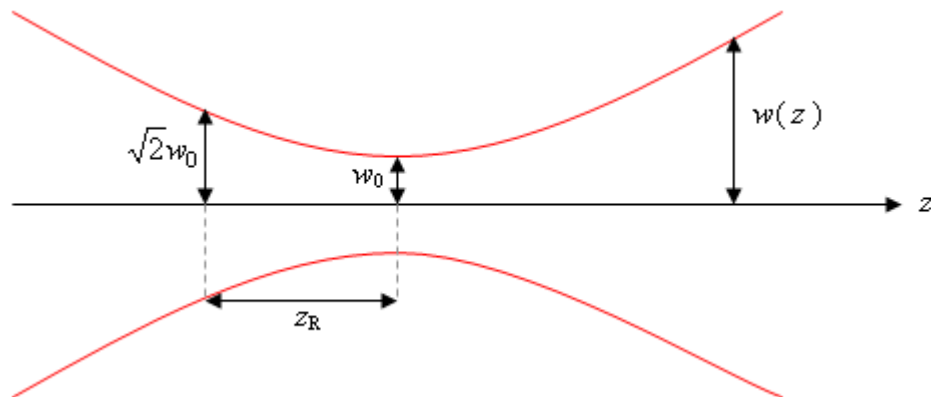


Figura 1.1: Perfil de propagação do feixe gaussiano.

Analisando o limite onde  $z \gg z_R$ , o parâmetro  $w(z)$  seria uma reta; que é o limite válido para uma onda esférica.

A partir disso, determinamos o modo fundamental (feixe gaussiano):

$$E_x(\vec{r}) = E_0 \underbrace{\frac{w_0}{w(z)} \exp \left[ \frac{-r^2}{w^2(z)} \right]}_{\text{fator de amplitude}} \exp \left\{ i \left[ \underbrace{kz - \arctan \left( \frac{z}{z_R} \right)}_{\text{fase longitudinal}} + \underbrace{\frac{kr^2}{2R(z)}}_{\text{fase radial}} \right] \right\} \quad (1.19)$$

### 1.3 Modos HG

Um feixe gaussiano é apenas uma das soluções para a equação paraxial. Supondo que a amplitude dependa das coordenadas transversais, temos o “*ansatz*”:

$$\psi(\vec{r}) = A g\left(\frac{x}{w(z)}\right) h\left(\frac{y}{w(z)}\right) \exp\left\{i\left[\frac{kr^2}{2q(z)} + P(z)\right]\right\}. \quad (1.20)$$

Novamente, lançando (1.20) na equação (1.1), obteremos:

$$g\left(\frac{x}{w(z)}\right) = H_n\left(\sqrt{2}\frac{x}{w(z)}\right) \text{ e } h\left(\frac{y}{w(z)}\right) = H_m\left(\sqrt{2}\frac{y}{w(z)}\right), \quad (1.21)$$

onde  $H_n(x)$  é o polinômio de Hermite de ordem  $n$ . Nesta situação, a função  $P(z)$  dependerá da ordem dos polinômios de Hermite:

$$P(z) = i \ln \left[ \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2} \right] - (n + m + 1) \arctan\left(\frac{z}{z_R}\right) \quad (1.22)$$

Portanto, a solução geral, para a equação paraxial em coordenadas cartesianas é:

$$\begin{aligned} \psi_{m,n} = & \frac{A_{m,n}}{w(z)} H_n\left(\sqrt{2}\frac{x}{w(z)}\right) H_m\left(\sqrt{2}\frac{y}{w(z)}\right) \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)}\right] \\ & \times \exp\left\{i\left[\frac{k(x^2 + y^2)}{2R(z)} - (n + m + 1) \arctan\left(\frac{z}{z_R}\right)\right]\right\} \end{aligned} \quad (1.23)$$

onde  $A_{m,n}$  é uma constante de normalização e  $N = n + m$ , define a hierarquia da solução, chamada de modo Hermite-Gaussiano ( $HG_{m,n}$ ). Para  $n = m = 0$ , recuperamos a solução do modo fundamental.  $\psi_{m,n}$  é um conjunto completo e ortogonal de soluções da equação paraxial.

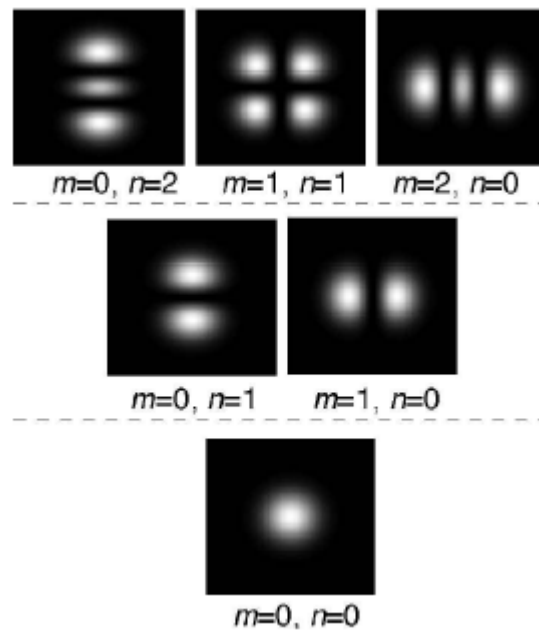


Figura 1.2: Perfil dos Modos Hermite-Gaussianos: na primeira linha temos os modos de segunda ordem ( $N = 2$ ), na segunda linha os modos de primeira ordem ( $N = 1$ ) e na terceira linha o modo fundamental ( $N = 0$ ).

### 1.4 Modos LG

Construindo uma solução, em coordenadas cilíndricas teremos o “*ansatz*”:

$$\psi(\vec{r}) = \chi\left(\frac{2r^2}{w^2(z)}\right) \exp\left\{i\left[\frac{kr^2}{2R(z)} + P(z) + l\phi\right]\right\}. \quad (1.24)$$

A equação paraxial em coordenadas cilíndricas fica:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} + 2ik \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0. \quad (1.25)$$

Realizando o mesmo processo dos itens anteriores, teremos:

$$\chi_p^l\left(\frac{2r^2}{w^2(z)}\right) = \left[\frac{\sqrt{2}r}{w(z)}\right]^{|l|} \exp\left[-\frac{r^2}{w^2(z)}\right] L_p^{|l|}\left(\frac{2r^2}{w^2(z)}\right) \quad (1.26)$$

$$\text{e } P(z) = i \ln \left[ \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2} \right] - (2p + |l| + 1) \arctan\left(\frac{z}{z_R}\right). \quad (1.27)$$

onde  $L_p^{|l|}$  são os polinômios associados de Laguerre.

Com esses resultados em mãos, obtemos os chamados modos Laguerre-Gaussianos:

$$\psi_{l,p} = \sqrt{\frac{2p!}{\pi w^2(z)(p+|l|)!}} \left[\frac{\sqrt{2}r}{w(z)}\right]^{|l|} \exp\left[-\frac{r^2}{w^2(z)}\right] L_p^{|l|}\left(\frac{2r^2}{w^2(z)}\right) \exp\left\{i\left[\frac{kr^2}{2R(z)} - (2p + |l| + 1) \arctan\left(\frac{z}{z_R}\right) + l\phi\right]\right\} \quad (1.28)$$

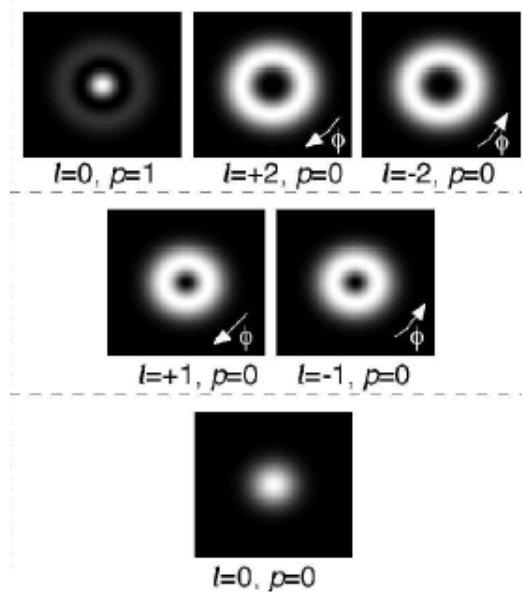


Figura 1.3: Perfil dos Modos Laguerre-Gaussianos: na primeira linha temos os modos de segunda ordem, na segunda linha os modos de primeira ordem e na terceira linha o modo fundamental.

Os modos Laguerre-Gaussianos também formam um conjunto completo para a equação paraxial. Portanto, temos dois conjuntos distintos para o espaço das soluções daquela equação. De fato existe uma relação que permite escrever os polinômios de Hermite como combinação linear dos polinômios de Laguerre e vice-versa.

$$\sum_{k=0}^{n+m} (2i)^k P_k^{n-k, m-k}(0) H_{n+m-k}(x) H_k(y) = 2^{n+m} \times \begin{cases} (-1)^m m! (x+iy)^{n-m} L_n^{n-m}(x^2+y^2) & \text{para } n \geq m \\ (-1)^n n! (x-iy)^{m-n} L_n^{m-n}(x^2+y^2) & \text{para } m \geq n \end{cases} \quad (1.29)$$

onde  $P_k^{n-k, m-k}(0) = \frac{(-1)^k}{2^k k!} \frac{d^k}{dt^k} [(1-t)^m (1+t)^n] \Big|_{t=0}$  são os polinômios de Jacobi.

### 1.5 Fótons e qubits

Utilizaremos os graus de liberdade fotônicos para o processamento de informação quântica. A energia de cada fóton é  $\hbar\omega$ , e  $\hbar k$  é seu momento linear. Feixes circularmente polarizados possuem momento angular associado ao spin de cada fóton, todos alinhados na direção de propagação [2]. No entanto, independentemente da frequência, um fóton pode ter spin  $\hbar$  alinhado paralelamente ou antiparalelamente à direção de propagação. A polarização de um feixe laser, define a direção de oscilação do campo elétrico que o compõe. Porém, em se tratando do fóton, isto manifesta-se como seu spin, isto é, momento angular intrínseco.

Para ondas eletromagnéticas, podemos escrever seu momento angular com uma soma do momento angular intrínseco (spin) e momento angular orbital. No caso de ondas planas, não existe a componente de momento angular orbital. Portanto os fótons, neste caso, também não possuem momento angular orbital. Porém, para feixes com frente de onda helicoidal, há uma componente de momento angular orbital; que também pode ser associada aos fótons deste tipo de feixe [2].

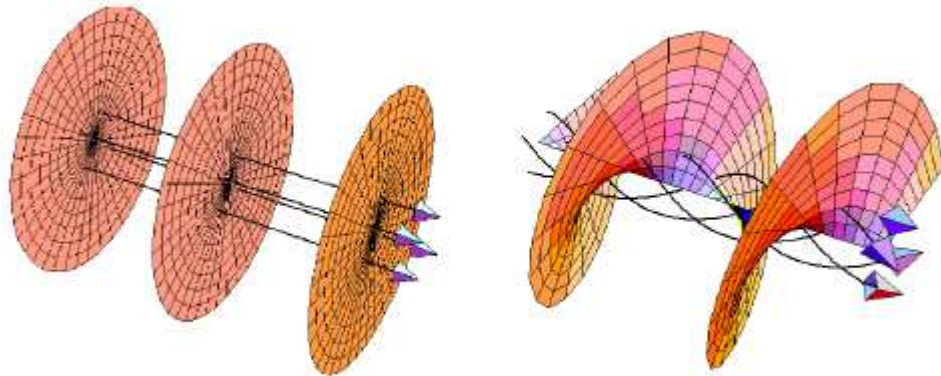


Figura 1.4: Frentes de onda. Da esquerda para direita: onda plana e onda helicoidal [2].

Como sabemos, os vetores de polarização linear horizontal  $|\mathbf{H}\rangle$  e vertical  $|\mathbf{V}\rangle$  formam uma base de dois níveis para os estados de polarização. Dessa maneira, podemos utilizar esta variável para codificar informação, como um bit. Mas, sabe-se da mecânica quântica que o estado de polarização de um fóton pode ser escrito como uma combinação linear dos estados  $|\mathbf{H}\rangle$  e  $|\mathbf{V}\rangle$ :  $\alpha|\mathbf{H}\rangle + \beta|\mathbf{V}\rangle$ .

Este fato, permite-nos tratar do conceito de “qubit”. Os qubits são a versão quântica dos bits clássicos. As principais vantagens dos qubits são: o fenômeno quântico da superposição e o emaranhamento.

De maneira análoga à polarização, a partir de (1.29) analisemos os modos  $HG_{mn}$  de primeira ordem:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(HG_{1,0} \pm iHG_{0,1}) = LG_0^{\pm 1} \quad (1.30)$$

Além disso, podemos escrever um modo  $HG_{mn}$  rodado de um ângulo  $\theta$  como combinação linear de  $HG_{1,0}$  e  $HG_{0,1}$ . Chamemos  $HG_{1,0}$  de  $|\mathbf{h}\rangle$  e  $HG_{0,1}$  de  $|\mathbf{v}\rangle$ ; desta maneira a estrutura matemática será a mesma dada à polarização, onde os modos Hermite-Gaussianos de primeira ordem são equivalentes às polarizações lineares  $|\mathbf{H}\rangle$  e  $|\mathbf{V}\rangle$ , e os modos de Laguerre-Gauss às polarizações circulares direita  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|\mathbf{H}\rangle + i|\mathbf{V}\rangle)$  e esquerda  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|\mathbf{H}\rangle - i|\mathbf{V}\rangle)$ .

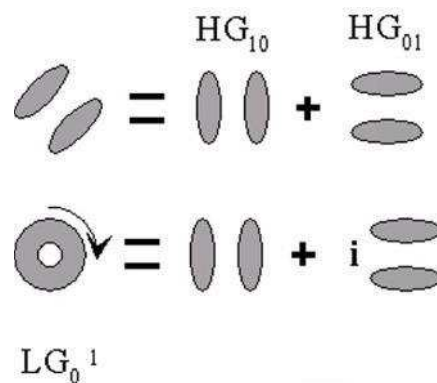


Figura 1.5: Modo Hermite-Gaussiano de primeira ordem rodado de  $45^\circ$  e modo Laguerre-Gaussiano de primeira ordem escritos na base  $\{|\mathbf{h}\rangle, |\mathbf{v}\rangle\}$ .

## 2 Métodos Experimentais

### 2.1 Preparação dos modos *HG* e *LG*

Experimentalmente, a obtenção de feixes com modos transversos específicos é feita através de redes de difração ou máscaras de fase, ambas pelo fenômeno de difração, ou ainda através de conversores de modos astigmáticos. Nossa discussão será focada no segundo item [3]. As máscaras de fase são produzidas imprimindo-se o padrão de uma rede de difração sobre uma lâmina de vidro. Essa impressão é feita aplicando-se uma resina foto-sensível sobre a lâmina, e com o auxílio da rede de difração cujo padrão queremos imprimir, incidimos luz sobre a lâmina, de modo que somente parte dela seja corroída. Os padrões das redes de difração ou das máscaras de fase utilizados possuem um “defeito topológico” – Figura 2.2, o qual será explorado através da difração. Para gerar cada modo transversal eletromagnético há uma rede de difração específica. Sobre as máscaras de fase enviamos um feixe laser com perfil transversal gaussiano, o qual deve incidir sobre o “defeito topológico”, e então selecionamos a primeira ordem de difração. A ordem zero de difração é um feixe gaussiano, mas a 1ª ordem de difração terá seu perfil transversal modificado de acordo com a máscara.

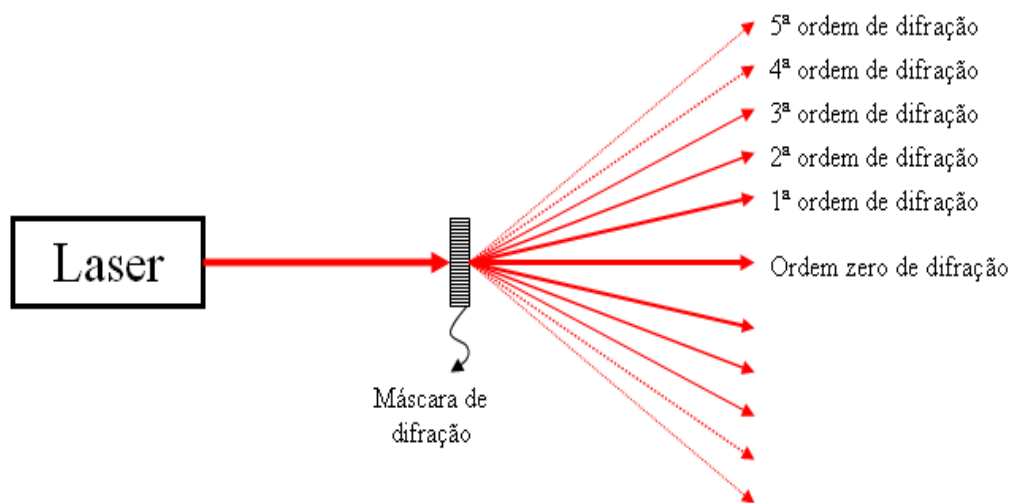


Figura 2.1: Esquema do fenômeno de difração.

A desvantagem deste método, assim como das redes de difração, é a perda razoável de intensidade com relação ao feixe incidente. No entanto as máscaras de fase apresentam valores de transmissividade razoavelmente maiores que as redes de difração [3].

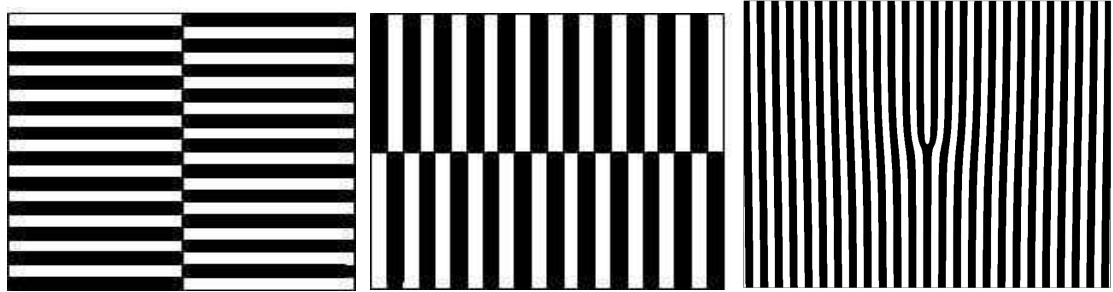


Figura 2.2: Redes de difração, à esquerda a rede produz modo  $HG_{10}$ , no meio a rede produz o modo  $HG_{01}$  e à direita a rede produz os modos Laguerre-Gaussianos de primeira ordem.

Os modos  $LG$  de primeira ordem possuem momento angular orbital (MAO) não nulo, visto que suas frentes de onda são helicoidais. O feixe gaussiano utilizado na difração, não possui MAO. A 1ª ordem de difração é composta por um modo  $LG_0^{+1}$  de um lado, e do outro por  $LG_0^{-1}$ . Na figura 2.2, a rede de difração do meio produz dois spots com modo  $HG_{01}$ . Dada a simetria retangular desta rede, ao rodá-la de um ângulo de  $90^\circ$  graus, produzimos dois spots com modo  $HG_{10}$ .

## 2.2 Componentes ópticos

Aqui, descreveremos alguns componentes ópticos utilizados na construção dos interferômetros, os quais serão apresentados nos capítulos seguintes.

**Beam Splitter (divisor de feixe)** – é um prisma que transmite e reflete um feixe incidente sobre este. O percentual a ser refletido/transmitido é determinado quando aquele é produzido, porém o tipo de BS mais comum é o que reflete 50% e transmite os outros 50%. Podemos chamá-lo, neste caso, de semi-espelho. O BS é um componente fundamental na construção de interferômetros.

**Lâmina de meia onda ( $\lambda/2$ )** – é um material birrefringente que possui índices de refração diferentes para duas direções ortogonais entre si. Estas duas direções são chamadas de eixo rápido e eixo lento. Para um dado feixe incidente na lâmina de meia onda, seu vetor de polarização pode ser escrito como uma combinação linear dos vetores que definem as direções do eixo rápido e do eixo lento da lâmina. Assim, a lâmina atuará de forma diferente para essas duas componentes, a componente do campo elétrico sobre o eixo lento ganhará uma fase de  $\pi$  com relação à outra componente, ou seja, meio comprimento de onda.



Fenômeno este que faz com que a polarização do feixe após atravessar a lâmina de meia onda não seja necessariamente igual à polarização antes de atravessá-la.

**Polarizing Beam Splitter (PBS)** – é uma versão polarizadora do BS. O PBS, discrimina a luz na base de polarização linear  $[H, V]$ , ele transmite a componente horizontal ( $H$ ) e reflete a vertical ( $V$ ) caso sua base esteja na horizontal.

**Prisma de Dove** – é utilizado para manipular o perfil espacial de um feixe. Este objeto produz uma reflexão interna, como vemos na Figura 2.3 – a letra “R” está refletida com respeito à base do prisma.

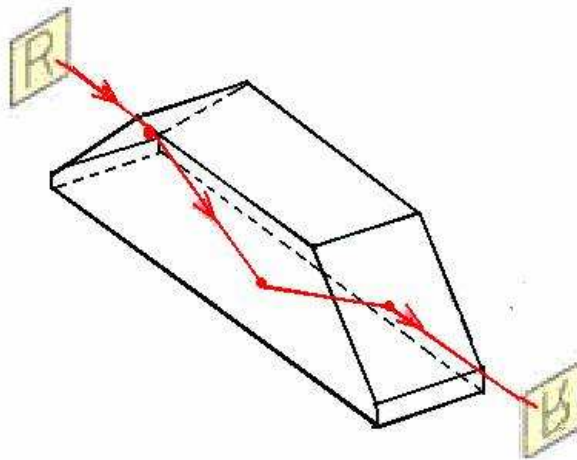


Figura 2.3: Esquema de entrada e saída em um prisma de Dove.

Para os modos transversos  $LG$  de primeira ordem, independentemente de sua orientação, o prisma de Dove, leva  $LG_0^{+1}$  em  $LG_0^{-1}$ , e vice-versa. Já o perfil espacial de um feixe com modo transversal  $HG$  de primeira ordem é alterado de acordo com a orientação do prisma de Dove, visto que estes modos transversos possuem paridade definida tanto para  $x$  quanto para  $y$ . Da mesma forma que uma lâmina de meia onda realiza uma operação de paridade sobre um vetor de polarização, o prisma de Dove também realiza uma operação de paridade com respeito à sua base.

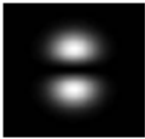
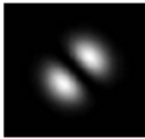
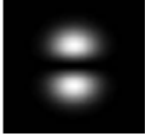



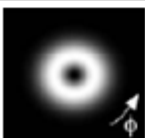
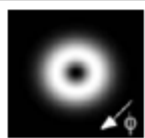
Entrada	Prisma de Dove (ângulo)	Saída
	$22,5^\circ$	
	$-22,5^\circ$	
	$45^\circ$	
	qualquer	

Tabela 2.1: Algumas relações de entrada e saída no prisma de Dove.

### 3 Emaranhamento spin-órbita

Fizemos separadamente as descrições do perfil espacial e da polarização de um feixe LASER, e também escolhemos duas bases independentes nas quais estes graus de liberdade estão inseridos: a base para a polarização  $\{|\mathbf{H}\rangle, |\mathbf{V}\rangle\}$  e a base para o modo transverso eletromagnético  $\{|\mathbf{h}\rangle, |\mathbf{v}\rangle\}$ . Portanto, agora podemos tratar um feixe LASER apenas como um vetor no espaço  $\{|\mathbf{H}\rangle, |\mathbf{V}\rangle\} \otimes \{|\mathbf{h}\rangle, |\mathbf{v}\rangle\}$  de dimensão 4, pois estas são duas variáveis dicotômicas.

#### 3.1 Modos separáveis e não-separáveis

Analisando a estrutura acima, podemos criar diversas combinações de modos transversos e polarizações, por exemplo: (1) um vetor  $|\mathbf{Hv}\rangle$  (polarização linear horizontal e modo  $HG_{01}$ ), (2) um vetor  $|\mathbf{V}\rangle \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|\mathbf{h}\rangle + i|\mathbf{v}\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\mathbf{Vh}\rangle + i|\mathbf{Vv}\rangle)$  (polarização linear vertical e modo  $LG_0^{+1}$ ), ou ainda (3) um vetor  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|\mathbf{Hh}\rangle + |\mathbf{Vv}\rangle)$  (polarização linear horizontal e modo  $HG_{10}$  com polarização linear vertical e modo  $HG_{01}$ ). A partir destes exemplos, podemos fazer uma distinção entre os modos *separáveis* e os *não-separáveis*. Um modo separável é aquele que pode ser escrito como produto da parte espacial pelo vetor de polarização, exemplos 1 e 2. Porém o modo do exemplo 3 não pode ser escrito como um modo separável. Por isso, este modo é dito não-separável, ou ainda emaranhado nas variáveis spin-órbita.

#### 3.2 Preparação de modos não-separáveis

A produção de modos não-separáveis é feita através de interferômetros. Nestes, com o auxílio de lâminas de meia onda e prismas de Dove que manipulam a polarização e o modo transverso eletromagnético de um feixe, e a partir de um modo separável geramos um modo

não-separável. Apresentaremos aqui duas construções: interferômetro do tipo Mach-Zehnder e interferômetro do tipo Sagnac. Para o segundo dispositivo apresentaremos resultados experimentais.

### 3.2.1 Interferômetro Mach-Zehnder de preparação

Interferômetro Mach-Zehnder (MZ) – Um interferômetro MZ separa um feixe de entrada em dois com o auxílio de um BS e depois os recombina através de dois espelhos num segundo BS, onde há interferência. O ajuste na diferença de fase adquirida entre os feixes de cada braço do interferômetro é fundamental para o seu alinhamento, que acontece quando uma saída no segundo BS uma está acesa (interferência construtiva) e a outra apagada (interferência destrutiva). Esse ajuste é feito com o auxílio de uma cerâmica piezo-elétrica montada em um dos espelhos.

Para prepararmos um estado não-separável utilizaremos uma construção do tipo MZ, onde o modo de entrada é  $|Hv\rangle$ . Em um dos braços do dispositivo adicionaremos uma lâmina de meia onda a  $45^\circ$  - que transforma  $|H\rangle$  em  $|V\rangle$ , e no outro um prisma de Dove também a  $45^\circ$ , que leva  $|h\rangle$  em  $|v\rangle$ . Logo, um braço produz o modo  $|Vv\rangle$  e o outro o modo  $|Hh\rangle$ . Como os dois braços possuem polarizações ortogonais entre si, não haverá interferência, e uma das saídas deste dispositivo é o modo  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|Hh\rangle + |Vv\rangle)$  e a outra é  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|Hh\rangle - |Vv\rangle)$ .

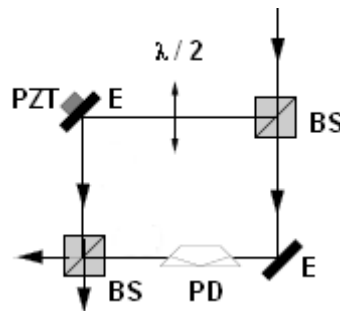


Figura 3.1: Interferômetros de preparação. Legenda: BS – beam splitter, E – espelho, PZT – cerâmica piezo-elétrica,  $\lambda / 2$  – lâmina de meia onda.

### 3.2.2 Interferômetro Sagnac de preparação

Interferômetro Sagnac – No interferômetro Sagnac um BS separa o feixe de entrada em dois feixes contrapropagantes que retornam ao BS, onde haverá interferência. O interferômetro é dito alinhado caso haja apenas uma saída acesa, e a outra esteja apagada. Este

interferômetro é mais estável que o MZ, pois não há diferença de caminho percorrido pelos dois feixes dentro do interferômetro.

Nesta segunda construção, utilizaremos um PBS no lugar de um BS. O feixe de entrada deste dispositivo possui modo transverso  $HG_{01}$  e polarização a  $45^\circ$ :  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|Hv\rangle + |Vv\rangle)$ , novamente. O PBS separa as componentes horizontal e vertical da polarização do feixe de entrada. Três espelhos são dispostos tal que os dois feixes dentro do interferômetro caminhem um sobre o outro e voltem ao PBS. A componente do feixe com polarização vertical que fora refletida, inicialmente, novamente será refletida pelo PBS, e o mesmo se dá para a componente horizontal que foi transmitida. Logo, o interferômetro terá apenas uma saída, tanto para a polarização horizontal quanto para a polarização vertical. Como as duas partes do feixe de entrada que se encontram no PBS tem polarizações ortogonais entre si, não haverá interferência. Para a preparação de um modo não separável é necessário a inclusão um prisma de Dove fixo e orientado a  $22,5^\circ$  com relação a horizontal, de modo que transforme o modo  $HG_{01}$  numa combinação linear de  $HG_{01}$  e  $HG_{10}$ . No entanto, se o feixe que caminha num dado sentido dentro do interferômetro (com uma polarização) “vê” o prisma de Dove orientado a  $22,5^\circ$ , o feixe que gira no sentido oposto (com polarização ortogonal à anterior) encontra o prisma orientado a  $-22,5^\circ$ . De acordo com a Tabela 2.1 estes dois ângulos fazem:  $|v\rangle \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|v\rangle + |h\rangle)$  ou  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|v\rangle - |h\rangle)$ .

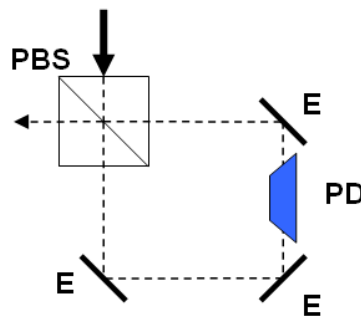


Figura 3.2: Interferômetros de preparação. Legenda: E – espelho, PD – prisma de Dove, PBS – polarizing beam splitter.

Portanto, o modo de saída será:  $\frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} (|Hv\rangle - |Hh\rangle) + \frac{1}{\sqrt{2}} (|Vv\rangle + |Vh\rangle) \right\}$  – Figura 3.3.

Com uma lâmina de meia onda podemos controlar a polarização do feixe de entrada. Se a polarização do feixe de entrada for apenas  $|H\rangle$  ou  $|V\rangle$ , a saída do interferômetro um modo separável:  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|Hv\rangle - |Hh\rangle)$  ou  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|Vv\rangle + |Vh\rangle)$  – Figura 3.3.

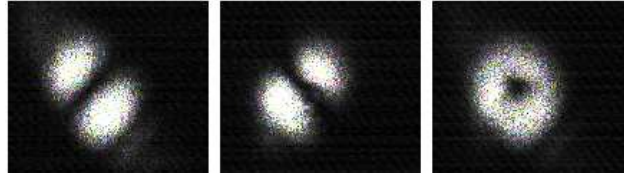


Figura 3.3: Modo Hermite-Gaussiano inclinado a  $-45^\circ$  com polarização horizontal; modo Hermite-Gaussiano inclinado a  $45^\circ$  com polarização vertical; modo não-separável: superposição dos dois feixes anteriores. Imagens feitas com uma câmera CCD.

Outra possibilidade seria colocar um prisma de Dove a  $22,5^\circ$  antes do interferômetro. Nesta construção os modos de saída seriam:  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|Vv\rangle + |Hh\rangle)$  ou  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|Hv\rangle + |Vh\rangle)$ , de acordo com a orientação do prisma de Dove dentro do interferômetro,  $22,5^\circ$  ou  $-22,5^\circ$ .

## 4 Decomposição dos modos spin-órbita

Neste item apresentaremos duas construções diferentes para analisar um dado estado na base  $\{|H\rangle, |V\rangle\} \otimes \{|h\rangle, |v\rangle\}$ , ou seja, decompô-lo numa combinação linear dos estados  $\{|Hv\rangle, |Hh\rangle, |Vv\rangle, |Vh\rangle\}$ . Novamente descreveremos dois dispositivos, um interferômetro Mach-Zehnder e um interferômetro Sagnac, bem como os resultados do segundo. Além disso, discutiremos sobre uma desigualdade de Bell para as variáveis spin-órbita do fóton.

### 4.1 Interferômetros de medida

A primeira construção é um interferômetro de Mach-Zehnder com um espelho a mais, conhecido como MZIM (Mach-Zehnder Interferometer with an additional Mirror). Além disso, adiciona-se dois PBS's, um a cada saída do interferômetro.

Neste formato, o MZIM já funciona como um seletor de modos por paridade, pois os modos  $|Vv\rangle$  e  $|Hh\rangle$  (paridade par) vão para um PBS e os modos  $|Vh\rangle$  e  $|Hv\rangle$  (paridade ímpar) vão para o outro PBS.

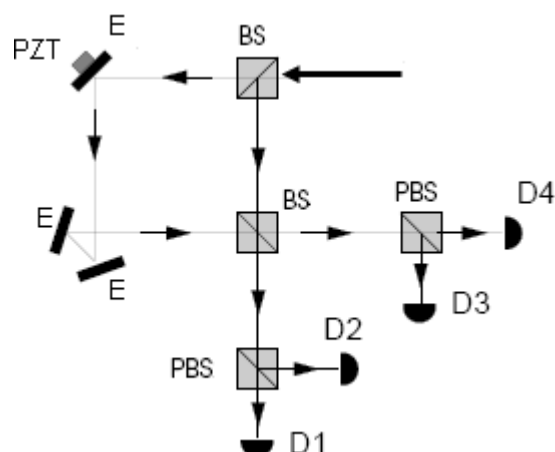


Figura 3.3: Interferômetro Mach-Zehnder com um espelho adicional. Legenda: BS – beam splitter, E – espelho, PZT – material piezo-elétrico, PBS – polarizing beam splitter, D – detector.

A segunda construção é um interferômetro do tipo Sagnac, com a diferença que os dois braços do interferômetro não estejam um sobre o outro.

Contudo, para que ele torne-se um separador de modos, adiciona-se a um caminho dentro do interferômetro uma lâmina de meia onda e um prisma de Dove, ambos a  $0^\circ$ , além de uma placa de vidro para compensar qualquer diferença de caminhos. Similarmente ao MZIM descrito acima, adicionamos um PBS a cada saídas para separar os modos por polarização.

Tanto para o MZIM quanto para este interferômetro Sagnac, medimos as intensidades das quatro saídas.

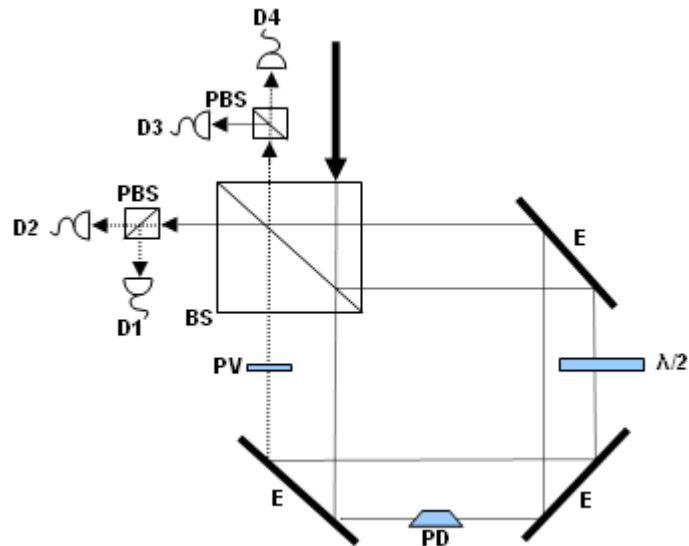


Figura 3.4: Interferômetros Sagnac de medida. Legenda: BS – beam splitter, E – espelho, PD – prisma de Dove,  $\lambda / 2$  – lâmina de meia onda, PBS – polarizing beam splitter, PV – placa de vidro, D – detector.

#### 4.2 Interferômetro Sagnac de medida

O alinhamento deste segundo interferômetro foi feito em duas fases: 1ª – construção de um interferômetro tipo Sagnac, 2ª – adição do prisma de Dove, da lâmina de meia onda e da placa de vidro. No interferômetro, quando alinhado, haverá interferência construtiva em uma saída e destrutiva na outra. Aferimos o alinhamento do interferômetro através de uma medida de visibilidade entre suas duas portas, com um medidor de intensidade de luz. O valor da visibilidade nos informa o quão distintas são as intensidades de luz nas duas portas do interferômetro. Seja  $I_{máx}$  a intensidade da luz na porta cujo feixe de saída é paralelo ao feixe de entrada e  $I_{mín}$  na outra porta, cujo feixe de saída propaga-se perpendicularmente ao feixe de entrada, a visibilidade é dada por:

$$V = \frac{I_{máx} - I_{mín}}{I_{máx} + I_{mín}}, \quad (4.1)$$

Caso  $I_{mín}$  seja nula, a visibilidade será máxima, caso  $I_{máx}$  seja igual a  $I_{mín}$ , a visibilidade será nula. É válido ressaltar que nesta primeira etapa, o alinhamento do interferômetro é



independente do modo transversal ou da polarização do feixe. Na segunda etapa, após adicionarmos os elementos descritos acima, e sem os PBS's nas saídas, já há resultados importantes. A medida de visibilidade a partir de agora será feita numa única porta, porque dependendo do modo transversal e da polarização do feixe de entrada haverá uma ou duas portas "acesas".

Lançando-se um feixe com modo transversal  $HG_{01}$  e polarizações  $|H\rangle$ ,  $|V\rangle$  e  $45^\circ$ , o interferômetro, similarmente a um PBS, diferencia os feixes de entrada de acordo com suas polarizações. Os valores para visibilidade neste caso foram de aproximadamente 85% – Figura 4.2.

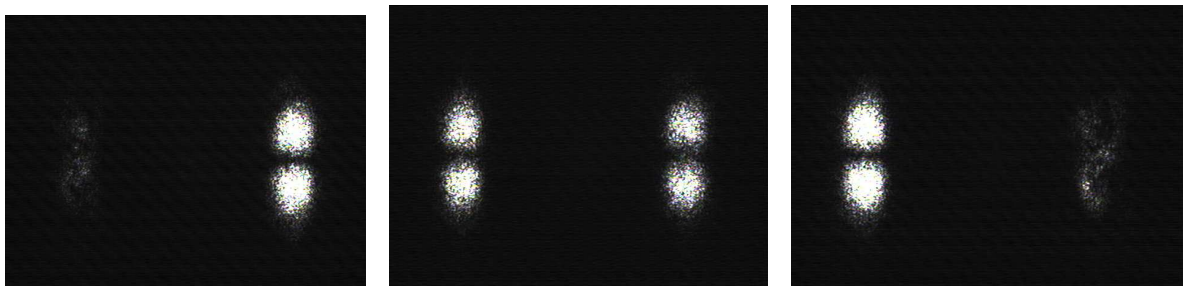


Figura 4.2: Interferômetro de medida com apenas duas saídas, e feixe de entrada com modo transversal  $HG_{01}$ . Da esquerda para direita: polarização  $H$ , polarização a  $45^\circ$  e polarização  $V$ .

Se o feixe de entrada possuir modo transversal  $LG$  de primeira ordem e polarização bem definida ( $|H\rangle$  ou  $|V\rangle$ ) o interferômetro já separa o perfil espacial do feixe de entrada em  $HG_{10}$  e  $HG_{01}$  – Figura 4.3.



Figura 4.3: As duas saídas do interferômetro de medida para um feixe de entrada com polarização  $V$  e modo transversal Laguerre-Gaussiano de primeira ordem.

Adicionando um PBS a cada saída teremos então quatro saídas neste interferômetro, ou seja, a base na qual um dado feixe será decomposto é:  $\{|Hv\rangle, |Hh\rangle, |Vv\rangle, |Vh\rangle\}$ , onde  $|H\rangle$  e  $|V\rangle$  são os vetores de polarização linear horizontal e vertical, respectivamente, e  $|h\rangle$  e  $|v\rangle$  são os modos transversos  $HG_{10}$  e  $HG_{01}$ , respectivamente.

A separação dos modos é feita por paridade, onde  $|Hh\rangle$  e  $|Vv\rangle$  tem paridade par e  $|Hv\rangle$  e  $|Vh\rangle$  tem paridade ímpar. Cada uma das duas saídas do BS, com paridade definida, são novamente separadas através de um PBS, visto que cada uma é composta por dois feixes com polarizações ortogonais ( $|H\rangle$  e  $|V\rangle$ ). Lançando-se um feixe com modo transversal  $LG$  de primeira ordem e polarizações  $|H\rangle$ ,  $|V\rangle$  e  $45^\circ$ , teremos 3 resultados distintos, um para cada polarização – Tabela 4.1 e Figura 4.4.

Entrada	D1	D2	D3	D4
<b><math>LG</math> – Pol. <math>H</math></b>	-	<b><math>Hv</math></b>	-	<b><math>Hh</math></b>
<b><math>LG</math> – Pol. <math>45^\circ</math></b>	<b><math>Vh</math></b>	<b><math>Hv</math></b>	<b><math>Vv</math></b>	<b><math>Hh</math></b>
<b><math>LG</math> – Pol. <math>V</math></b>	<b><math>Vh</math></b>	-	<b><math>Vv</math></b>	-

Tabela 4.1: Relação dos feixes de entrada com a base de medida do interferômetro Sagnac.

Todos os feixes lançados no interferômetro de medida, até então, tiveram seus modos transversos produzidos por máscaras de fase e suas polarizações rodadas por lâminas de meia onda. Outra possibilidade para aferir este critério de separação do interferômetro é lançar os feixes produzidos pelo interferômetro de preparação nele – Figura 4.5 e Apêndice.

Em todos os testes feitos neste interferômetro Sagnac com as adições dos elementos ópticos extras e dos PBS's nas saídas, os valores de visibilidade medidos ficaram acima de 95%.

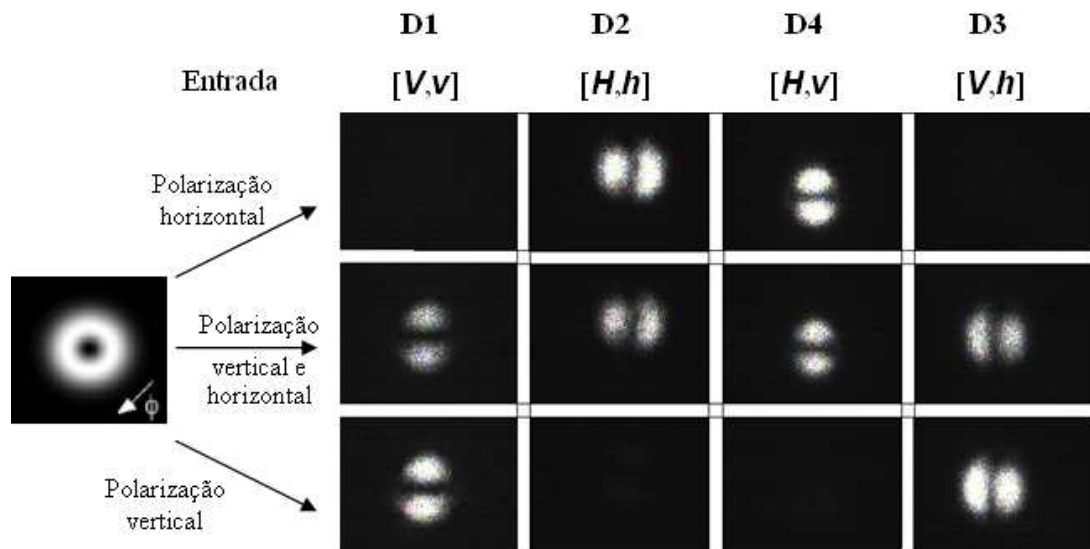


Figura 4.4: Imagens obtidas em uma câmera CCD, para o interferômetro Sagnac de medida, a partir de um modo transversal  $LG$  de primeira ordem com 3 polarizações diferentes.

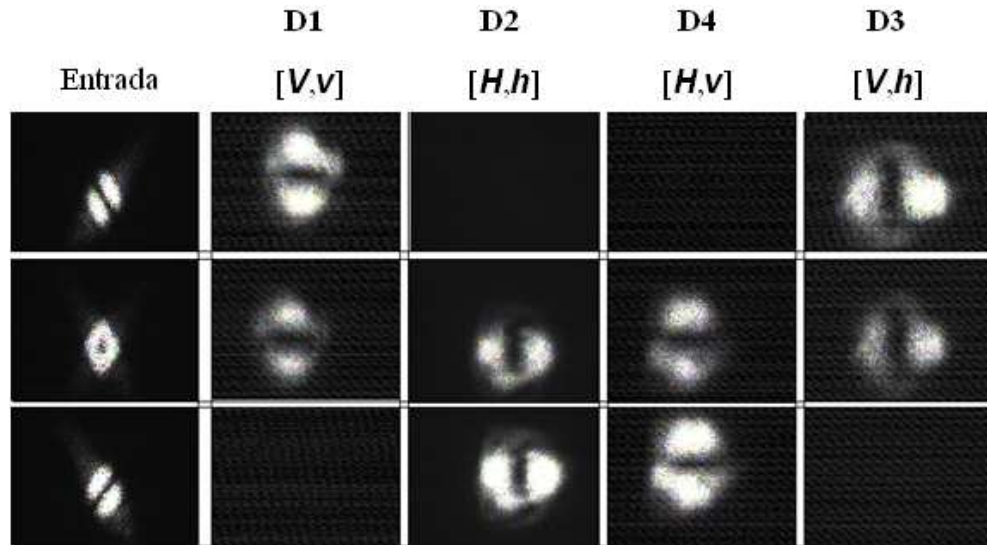


Figura 4.5: Saídas do interferômetro de medida quando são enviados os modos produzidos pelo interferômetro de preparação. Imagens obtidas por uma câmera CCD.

### 4.3 Desigualdade de Bell

Em 1935, Einstein, Podolsky e Rosen publicaram um artigo no qual questionam a validade da Mecânica Quântica (MQ) [5]. Propunham um “gedakenexperiment” (experimento pensado) onde ficaria provado que a MQ é uma teoria incompleta. Na mesma linha de pensamento, J. S. Bell publica um artigo [6] em 1964 onde demonstra que através de teorias baseadas em variáveis ocultas, que não admitem comunicação instantânea a distância, as grandezas físicas mensuráveis obedecem a uma desigualdade, posteriormente chamada de desigualdade de Bell. Contudo, a partir de 1971, experimentos mostraram que a natureza não obedece a desigualdade de Bell [7].

Aqui, trataremos de um modelo para esta desigualdade conhecido como desigualdade C.H.S.H. proposto em 1969 por Clauser, Horne, Shimony e Holt [7]. Nele, duas partículas de spin  $1/2$  são necessárias. Com o auxílio de um Stern-Gerlach mede-se a componente de momento angular numa dada base,  $\hat{S}_z$  ou  $\hat{S}_x$ , e como sabemos nessa medida podemos obter 2 valores,  $+\frac{\hbar}{2}$  ou  $-\frac{\hbar}{2}$ ; de maneira mais simplificada: + ou -. Então, para um par de partículas, vamos escolher a base de medida  $\mathbf{a}$  para a partícula 1 e  $\mathbf{b}$  para a partícula 2. Nesta situação podemos definir  $P_{ij}(\mathbf{a},\mathbf{b})$  como a probabilidade de medirmos  $i$  na base  $\mathbf{a}$  e  $j$  na base  $\mathbf{b}$ , onde  $i,j = \pm$ . Assim, teremos 4 combinações possíveis:  $P_{++}(\mathbf{a},\mathbf{b})$ ,  $P_{+-}(\mathbf{a},\mathbf{b})$ ,  $P_{-+}(\mathbf{a},\mathbf{b})$  e  $P_{--}(\mathbf{a},\mathbf{b})$ .

Podemos escrever a desigualdade como:

$$-2 \leq S(\mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') \leq 2 \quad (4.2)$$

com

$$S(\mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') = E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - E(\mathbf{a}, \mathbf{b}') + E(\mathbf{a}', \mathbf{b}) + E(\mathbf{a}', \mathbf{b}') \quad \text{e} \quad (4.3)$$

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + P_{--}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - P_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - P_{-+}(\mathbf{a}, \mathbf{b}), \quad (4.4)$$

onde  $\mathbf{a}'$  e  $\mathbf{b}'$  são outras bases de medida para as partículas 1 e 2, respectivamente [6].

Outra possibilidade é a utilização de 2 fótons, onde a grandeza mensurável é a polarização e a mudança na base de medida é feita com uma lâmina de meia onda.

Pode-se também formular uma desigualdade de Bell para as variáveis spin-órbita de um fóton [9]. Neste caso,  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{a}'$  são as bases para medir o spin do fóton e  $\mathbf{b}$  e  $\mathbf{b}'$  são as bases para medir seu momento angular orbital.

#### 4.4 Medida da desigualdade de Bell

Como já fora mencionado, a base de medida do interferômetro Sagnac é  $\{|Hv\rangle, |Hh\rangle, |Vv\rangle, |Vh\rangle\}$ . Nesse dispositivo as probabilidades  $P_{i,j}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  são associadas às frações parciais de intensidade medidas em cada porta de saída,  $I_{i,j}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  [9]. Então:

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{I_{++} - I_{+-} - I_{-+} + I_{--}}{I_{++} + I_{+-} + I_{-+} + I_{--}} \quad (4.5)$$

Além disso, sabemos que estados maximamente emaranhados violam a desigualdade de Bell ( $S = 2\sqrt{2}$ ). Por isso a escolha das bases de medida é feita de modo a maximizar a violação da desigualdade.

Mas para realizar uma medida da desigualdade de Bell, precisamos escolher mais 3 bases. A mudança na base de medida será feita através de um prisma de Dove e de uma lâmina de meia onda. Então, para cada base escolhida faremos uma medida de intensidade de luz nas portas do interferômetro, determinando as componentes do feixe de entrada naquela base.

Para o estado emaranhado  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|Hh\rangle + |Vv\rangle)$ , as bases de medida são: 0 e  $\frac{\pi}{4}$  para o prisma de Dove, e para a lâmina de meia onda são  $\frac{\pi}{8}$  e  $\frac{3\pi}{8}$ . Em [9], o valor máximo para a medida de Bell foi 2,17, o que mostra uma violação razoável da desigualdade.

## 5 Conclusões e perspectivas

Como vimos os graus de liberdade spin-órbita do fóton foram utilizados com sucesso na construção de dispositivos que preparam e medem um estado. Essa primeira etapa de implementação e manipulação das variáveis é extremamente importante para etapas posteriores, como, por exemplo, construções de portas lógicas para qubits, área de interesse da Informação Quântica.

O interferômetro Sagnac de preparação, descrito neste trabalho, manipulou o modo transversal de um feixe mediante uma condição na polarização do mesmo, como uma variável de controle. Um exemplo para a utilização da polarização como controle de uma porta lógica é [10].

Além disso, analisando os resultados do interferômetro Sagnac de medida sem os PBS's, percebemos que os modos  $HG_{10}$  e  $HG_{01}$  são uma espécie de “autovetores” daquele dispositivo, visto que um modo arbitrário é decomposto nesta base pelo interferômetro.

Uma medida de Bell para as variáveis spin-órbita do fóton utilizando os dois interferômetros Sagnac, o de medida e o de preparação, foi realizada sem sucesso devido à dificuldade de alinhamento dos dispositivos. No entanto, atualmente, estamos realinhando os interferômetros na tentativa de realizar uma nova medida de Bell, e melhorar a margem de violação obtida na referência [9].

A implementação do interferômetro do tipo Sagnac “deslocado” como um separador de modos transversos e polarização constitui uma contribuição original do trabalho desenvolvido durante a iniciação científica.

## Apêndice

Neste apêndice encontram-se imagens dos resultados experimentais obtidos para o interferômetro Sagnac de medida, que não entraram no corpo da monografia.

O primeiro resultado será para modos transversos  $HG_{10}$ , com polarizações H, V e  $45^\circ$ .

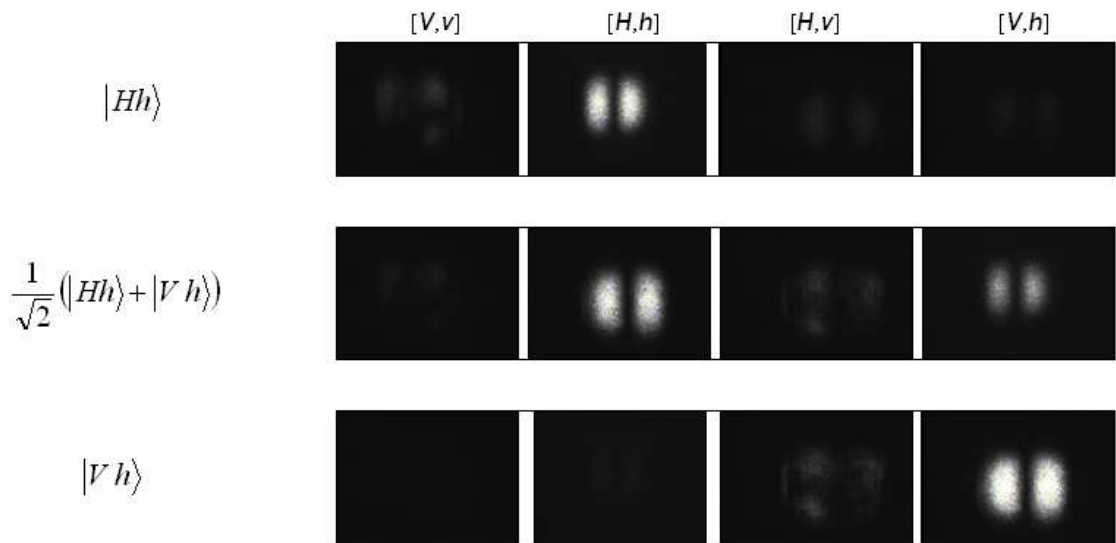


Figura A1: Modos de entrada e fotos das saídas do interferômetro Sagnac de medida.

O segundo será para modos transversos  $HG_{01}$  com polarizações H, V e  $45^\circ$ .

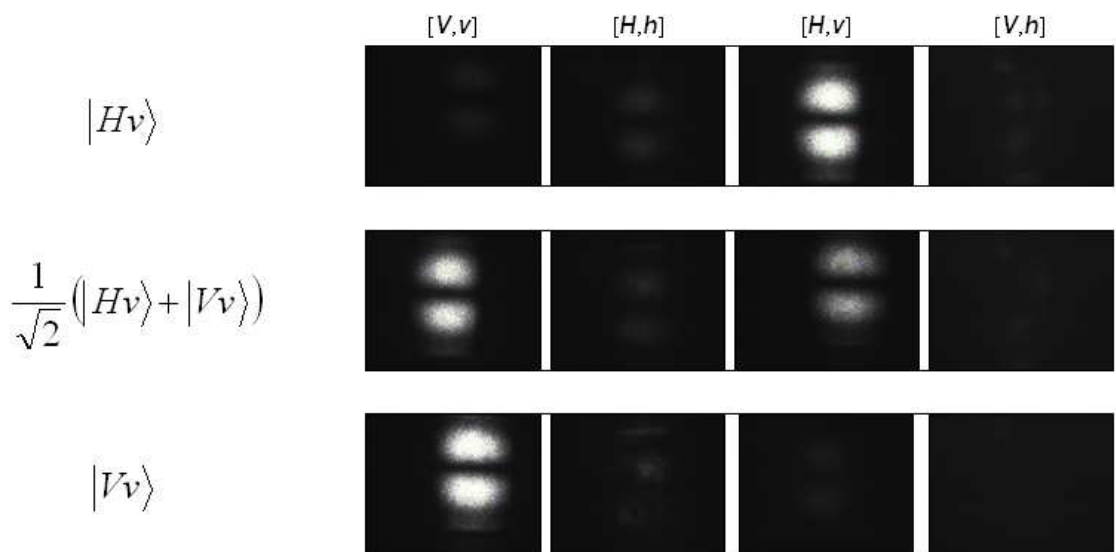


Figura A2: Modos de entrada e fotos das saídas do interferômetro Sagnac de medida.

E o terceiro resultado extra é um modo não-separável, obtido a partir de um prisma de Dove inclinado a  $22,5^\circ$  com relação a horizontal, após o interferômetro Sagnac de preparação.

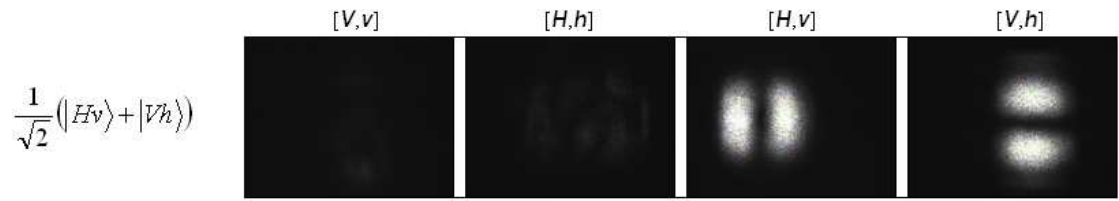


Figura A3: Modos de entrada produzido no interferômetro Sagnac de preparação e fotos das saídas do interferômetro Sagnac de medida.

## 6 Bibliografia

- [1] Melvin Lax, *From Maxwell to paraxial wave optics*, Phys. Rev. A, 11, 1365 (1975).
- [2] M. Padgett and L. Allen, *Light with a twist in its tail*, 41, 5, (2000)
- [3] C. E. R. Sousa, *Aplicações do Momento Angular Orbital de luz à Computação e Informação Quântica*, Tese de doutorado, IF-UFF, (2010).
- [4] H. Sasada and, M. Okamoto, *Transverse-mode beam splitter of a light beam and its application to quantum cryptography*, Phys. Rev. A 68, 012323 (2003)
- [5] A. Einstein, B. Podolsky and N. Rosen, *Can Quantum-Mechanical description of physical reality be considered complete?* Phys. Rev. 47, 777 (1935).
- [6] J. S. Bell, *On the Einstein-Podolsky-Rosen Paradox*, Physics 1, 195 (1964)
- [7] A. Aspect, *Bell's theorem: The naïve view of an experimentalist*, Quantum [Un]speakables – From Bell to Quantum information, Springer (2002).
- [8] J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony and R. A. Holt, *Proposed experiment to test local hidden-variable theories*, Phys. Rev. Lett. 23, 880 (1969)
- [9] C. V. S. Borges, M. Hor-Meyll, J. A. O. Huguenin and A. Z. Khoury, *Bell-like inequality for spin-orbit separability of a classical laser beam*, Phys. Rev. A 82, 033833 (2010)
- [10] C. E. R. Souza e A. Z. Khoury, *A Michelson controlled-not gate with a single-lens astigmatc mode converter*, Opt. Express, 18 9207-9212 (2010).